

А.А. БАВИЛОВ
А.И. СОЛОДОВНИКОВ
В.В. ШНАЙДЕР



НИЗКО- ЧАСТОТНЫЕ ИЗМЕРИ- ТЕЛЬНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

А. А. ВАВИЛОВ
А. И. СОЛОДОВНИКОВ
В. В. ШНАЙДЕР

НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ



Ленинград
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ
Ленинградское отделение
1985



Scan AAW

ББК 32.842
В 12
УДК 621.373.52

Рецензент *С. Л. Чечурин*

Вавилов А. А. и др.

В 12 Низкочастотные измерительные генераторы/А. А. Вавилов, А. И. Солодовников, В. В. Шнайдер.— Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1985.— 104 с., ил.

45 к. 16 000 экз.

В книге рассмотрены принципы построения, вопросы теории и проектирования прецизионных низкочастотных генераторов синусоидальных сигналов с малыми нелинейными искажениями. Особое внимание уделено вопросам построения программируемых генераторов и обеспечению высокого быстродействия при перестройке параметров выходного сигнала.

Книга предназначена для инженерно-технических работников, занятых в области информационно-измерительной техники, радиоэлектроники, автоматики и связи, а также может быть полезна студентам вузов.

В $\frac{2403000000-114}{051(01)-85}$ 232—85

ББК 32.842
6Ф2.08

АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ ВАВИЛОВ
АЛЕКСЕЙ ИВАНОВИЧ СОЛОДОВНИКОВ
ВЛАДИМИР ВИКТОРОВИЧ ШНАЙДЕР

НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ

Редактор *В. Н. Миханкова*
Художественный редактор *Д. Р. Стеванович*
Технический редактор *А. Г. Рябкина*
Корректор *А. Н. Акимов*
Обложка художника *В. Т. Левченко*

ИБ № 272

Сдано в набор 14.11.84. Подписано в печать 14.03.85. М-26344. Формат 60×90¹/₄. Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 6,5. Усл. кр.-отт. 6,75. Уч.-изд. л. 7,86. Тираж 16 000 экз. Заказ 378. Цена 45 коп.

Ленинградское отделение Энергоатомиздата
191041. Ленинград. Марсово поле, 1

Ленинградская типография № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград Л-52, Измайловский проспект, 29.

В $\frac{2403000000-114}{051(01)-85}$ 232—85

ББК 32.842
6Ф2.08

© Энергоатомиздат, 1985

ПРЕДИСЛОВИЕ

Важнейшая задача современной науки и техники — повышение эффективности общественного производства. Одно из ее направлений связано с разработкой и созданием высокоточных, надежных и экономичных средств измерений и неразрушающего контроля. К числу широко распространенных средств измерительной техники относятся генераторы синусоидальных сигналов и устройства, построенные на их основе.

Теория электронных генераторов гармонических колебаний начала свое развитие, по существу, с началом возникновения радиоэлектроники. Как известно, физические и математические основы общей теории нелинейных колебаний были развиты в работах отечественных и зарубежных ученых: Б. Ван-дер-Поля, Л. И. Мандельштама, Н. Д. Папалекси, А. А. Андропова, А. А. Витта, С. Э. Хайкина, К. Ф. Теодорчика, Н. М. Крылова, Н. Н. Боголюбова, Ю. А. Митропольского и др. В этих работах дан всесторонний теоретический анализ нелинейных колебательных систем, основанный как на квазилинейных, так и существенно нелинейных представлениях о протекающих в колебательных системах процессах. Созданные методы разрабатывались применительно к автоколебательным системам, в которых предельный цикл колебаний определяется видом нелинейного безынерционного или инерционного элементов, а частота колебаний анализируемого процесса предполагается неизменной.

Именно в рамках этих теоретических представлений длительное время и развивались многочисленные технические приложения автоколебательных систем, в том числе генераторы синусоидальных сигналов, среди которых многочисленную группу составляют *RC*-генераторы.

По мере развития и совершенствования элементной базы (от ламповой техники к полупроводниковой и затем микроэлектронной) были предложены многочисленные схмотехнические решения, использующие новые возможности элементов, но оставался неизменным принцип стабилизации предельного цикла в генераторах, основанный на использовании нелинейных свойств элементов различной физической природы. Стабильность амплитуды таких генераторов находилась в пределах 1—3 % при коэффициенте нелинейных искажений 0,5—2 %. При этом естественные ограничения, присущие традиционным методам стабилизации амплитуды, не позволяли одновременно удовлетворять высоким требованиям стабильности амплитуды и малому уровню нелинейных искажений.

Вместе с тем, многочисленные задачи, возникающие в области техники и научных исследований, требовали источников

гармонических сигналов со стабильностью амплитуды порядка 0,01—0,1 % при нелинейных искажениях 0,005—0,05 %. Такие источники необходимы при спектральных методах испытаний прецизионных радиоэлементов, а также при проверке и калибровке цифровых измерительных приборов. Вместе с высокими требованиями к статическим параметрам возникали дополнительные требования к динамическим характеристикам генераторов, так как время переходных процессов при программной перестройке выходного сигнала определяет производительность информационно-измерительных систем в целом.

Возникшее противоречие между требованиями практики и ограниченными возможностями применяемых принципов генерирования было разрешено путем построения генераторов с системами автоматической стабилизации амплитуды и частоты выходного сигнала. Использование идей теории управления позволило существенно улучшить метрологические характеристики генераторов и вместе с тем поставило новые, не традиционные для этой области техники, задачи. К основным из них можно отнести задачу определения динамических моделей управляемых автоколебательных систем с параметрическим управлением как объектов регулирования, а также задачи синтеза систем автоматической стабилизации, инвариантных к параметрическим и сигнальным возмущениям, и обеспечения устойчивости таких систем по огибающей колебаний.

Основная цель, которая преследовалась при написании книги — дать представление о способах формирования и генерирования синусоидальных сигналов, установить математические модели и свойства управляемых автоколебательных систем с параметрическим и сигнальным управлением, рассмотреть структуры генераторов с системами автоматической стабилизации амплитуды колебаний и их основные качественные показатели, показать методы аналитического расчета таких систем. Ряд полученных результатов и формул даны в форме для практического использования при проектировании генераторов.

Необходимо также отметить, что авторы в основном ограничились рассмотрением процессов и физических представлений на уровне функциональных систем и математических моделей, отдав предпочтение структурным решениям в связи с тем, что в условиях стремительного совершенствования элементной базы большинство схмотехнических решений устаревает и со временем теряет свою ценность.

Авторы выражают глубокую признательность своим коллегам по работе, участвовавшим в исследованиях и разработках генераторов на основе идей, изложенных в книге.

Предложения и отзывы следует направлять в Ленинградское отделение Энергоатомиздата: 191041, Ленинград, Марсово поле, 1.

Авторы

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЕНЕРАТОРОВ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

1.1. Основные характеристики генераторов синусоидальных сигналов

Электронные генераторы синусоидальных сигналов (ГСС) относятся к одним из наиболее широко применяемых средств измерительной техники при решении экспериментальных задач в радиоэлектронике, автоматике, связи, акустике, медицинских исследованиях. В дальнейшем генератором синусоидальных сигналов будем называть электронное устройство, преобразующее энергию источника питания в энергию колебаний переменного напряжения синусоидальной формы с требуемой частотой и амплитудой, т. е. устройство, на выходе которого в установившемся режиме существует сигнал, близкий к моногармоническому:

$$y(t) = a_0 \sin \omega_0 t + \varepsilon \sum_{k=2}^n a_k \sin (k\omega_0 t + \varphi_k), \quad \varepsilon \ll 1.$$

Для оценки свойств ГСС и определения целесообразности их применения в тех или иных экспериментальных и измерительных задачах используется ряд показателей, характеризующих метрологические и эксплуатационные возможности прибора. Основными электрическими параметрами генератора, характеризующими его эксплуатационные возможности в установившемся (стационарном) режиме являются: частота $f_0 = \omega_0 / (2\pi)$ и амплитуда a_0 выходного сигнала; диапазон частот — инфранизкочастотный, низкочастотный, высоко- и сверхвысокочастотный; диапазон регулирования уровня выходного сигнала; мощность, потребляемая генератором.

К основным метрологическим характеристикам, оценивающим ГСС в стационарном режиме, относят:

стабильность частоты генерируемых колебаний

$$\delta_f = \Delta f / f_0,$$

где f_0 — номинальная частота; Δf — абсолютное отклонение частоты под влиянием дестабилизирующих факторов;

стабильность уровня выходных колебаний

$$\delta_a = \Delta a / a_0,$$

где a_0 — номинальная амплитуда; Δa — абсолютное изменение амплитуды под влиянием дестабилизирующих факторов;

коэффициент гармоник

$$\kappa = \sqrt{\sum_{k=2}^n a_k^2} / a_0,$$

где a_k — амплитуды высших гармоник в выходном напряжении генератора;

погрешность установки частоты;

погрешность установки выходного напряжения.

Перечисленные показатели достаточно полно характеризуют качество установившихся колебаний в режиме ручной перестройки параметров выходного сигнала, когда время установления новых значений частоты и амплитуды не имеет существенного значения.

Развитие научно-технического прогресса, необходимость увеличения производительности труда при производственных испытаниях и научных исследованиях поставили новые задачи перед разработчиками ГСС. В частности, одной из актуальных проблем современного приборостроения является создание автоматизированных систем для научных исследований (АСНИ) и производственных измерений, в которых ГСС используется как источник измерительного сигнала, управляемый по заданной программе от ЭВМ. Использование генераторов синусоидальных сигналов в качестве функциональных элементов таких систем предъявляет ряд дополнительных требований к их показателям, что связано с почти полным исключением человека-оператора из процесса исследования. Время перестройки параметров генератора во многом определяет производительность АСНИ в целом, поэтому приобретает особое значение метрологические характеристики, оценивающие динамические свойства ГСС:

время установления колебаний с заданным качеством после перестройки их параметров (время переходного процесса) — t_p ;

точность управления в динамическом режиме при развертке частоты и изменении амплитуды по заданным функциональным законам.

Сокращение времени установления колебаний после перестройки частоты или амплитуды особенно важно для инфранизочастотных генераторов, в которых длительность периода выходного сигнала может составлять сотни и тысячи секунд.

Для определения возможности применения ГСС в различных эксплуатационных условиях используются дополнительные сведения, раскрывающие эксплуатационные характеристики прибора: наличие электронного управления частотой и амплитудой генерируемых колебаний; вид кода и значение управляющих сигналов; наличие встроенных программируемых устройств, изменяющих параметры колебаний по заданным законам; устройства сопряжения с ЭВМ и другие сведения, характеризующие функциональные, экономические и эргономические возможности прибора.

В зависимости от сочетания и уровня требований, предъявляемых к метрологическим и эксплуатационным характеристикам генератора, возможны различные уровни сложности их техниче-

ской реализации: от простейших схем до приборов высокой сложности, включающих в себя ряд различных функциональных устройств. Но основным функциональным узлом, во многом определяющим как достижимые метрологические и эксплуатационные показатели, так и схемотехническую и конструктивную сложность генератора, является автоколебательная система (АС), преобразующая энергию источника питания в энергию колебаний периодического сигнала. Для достаточно полного и общего представления о возможных видах ГСС и выяснения их основных свойств целесообразно рассмотреть основополагающие принципы генерирования периодических сигналов, используемых при проектировании АС. Такое рассмотрение можно провести, используя в качестве отличительного признака форму математического описания автоколебательной системы генератора.

1.2. Принципы генерирования и формирования синусоидальных сигналов

Наиболее распространенными в настоящее время являются генераторы, построенные на основе автоколебательных систем, близких к консервативным, в которых математическая модель АС может быть представлена в виде

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = \varepsilon \Phi\{y(t), \dot{y}(t)\},$$

где $\varepsilon \ll 1$ — малый параметр; $\Phi\{y(t), \dot{y}(t)\}$ — некоторая, в общем случае нелинейная, функция от выходного сигнала АС. Если в установившемся (стационарном) режиме выполняется условие

$$\int_0^{2\pi} \Phi\{y(t), \dot{y}(t)\} \sin \psi d\psi = 0, \quad \psi = \omega t,$$

то выходной сигнал АС $y(t)$ близок к чисто гармоническому колебанию, причем степень близости зависит от используемого принципа стабилизации амплитуды колебаний и технических характеристик функциональных узлов. В наиболее общем виде АС генераторов этого класса можно представить двумя схемами в виде замкнутых структур (рис. 1.1), преобразующих энергию

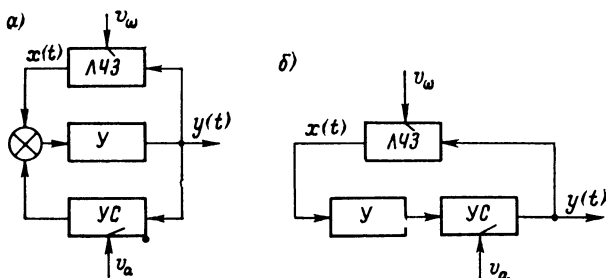


Рис. 1.1. Функциональные схемы квазиконсервативных автоколебательных систем генераторов синусоидальных сигналов

постоянного тока источника питания в энергию колебаний переменного тока $y(t)$ требуемой частоты и амплитуды. Автоколебательные системы содержат линейное частотно-задающее звено ЛЧЗ, определяющее частоту колебаний ω_0 , усилитель U , служащий для компенсации потерь в системе, и устройство стабилизации амплитуды УС, определяющее амплитуду генерируемого сигнала a_0 .

Частота и амплитуда выходного сигнала $y(t)$ перестраиваются соответственно изменением параметров ЛЧЗ и УС, причем в зависимости от назначения и конкретного исполнения генератора внешние воздействия v_a и v_ω на ЛЧЗ и УС осуществляются либо механическим способом, т. е. вручную, либо с помощью электрического сигнала. В последнем случае имеется возможность программного управления и построения специальных систем стабилизации частоты и амплитуды выходного сигнала.

К этой группе относятся известные серийные генераторы на избирательных RC-цепях, такие, как ГЗ-102, ГЗ-107, ГЗ-113 и др. Основным достоинством генераторов, выполненных на основе квазиконсервативных систем, является возможность генерирования сигналов в широком диапазоне частот от 0,001 до 10^7 Гц с малыми и сверхмалыми нелинейными искажениями (0,001—0,5 %) и высокой стабильностью амплитуды (0,01—0,5 %). Применение систем автоматической стабилизации в генераторах этого класса позволяет обеспечивать не только высокую стабильность и точность установки частоты, но и управление параметрами колебаний по различным функциональным законам.

Наряду с этими достоинствами необходимо отметить, что обеспечение такого важного показателя, как быстродействие процессов установления при перестройке параметров колебаний, встречается при разработке генераторов этой группы известные трудности, обусловленные недостаточной изученностью АС как объектов управления. Поэтому в данной книге одна из главных задач исследования связывается с установлением динамических моделей АС как основы дальнейшего совершенствования генераторов.

Ко второй группе отнесем ГСС, в которых источником колебаний являются релаксационные колебательные системы [5], когда АС удовлетворяет уравнению

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = \varepsilon' \Phi \{y(t), \dot{y}(t)\}$$

или

$$\dot{y}(t) = \varepsilon' \Phi \{y(t)\},$$

причем $\varepsilon' \gg 1$.

В этом случае генерируемые периодические колебания $y(t)$ могут сильно отличаться от синусоидальных и обычно имеют треугольную, пилообразную или прямоугольную форму. Для формирования синусоидального выходного сигнала в генераторах подобного типа, помимо линейных операций, осуществляется нелинейное функциональное преобразование сигнала $y(t)$, позволяющее получать выходной сигнал $y_v(t)$, близкий к синусоидальному. Поэтому ГСС этого типа получили название функциональных генераторов

ФГ. Пример построения функционального генератора показан на рис. 1.2. Колебательная система ФГ содержит интегратор И и релейный элемент РЭ с гистерезисом, замкнутые отрицательной обратной связью через ключевой элемент КЭ. В стационарном режиме на выходе интегратора существует периодический сигнал треугольной формы с амплитудой, равной порогу переключения РЭ, и частотой $f = k_0 I_0 / (2bT_n)$, определяемой значением зарядного тока управляемых источников $\pm I_0$, постоянной интегрирования T_n и зоной нечувствительности b релейного элемента. Для получения сигнала синусоидальной формы используется функциональный преобразователь ФП треугольник — синус. Очевидно, что характеристики ФП во многом определяют как стабильность амплитуды, так и уровень нелинейных искажений выходного синусоидального сигнала.

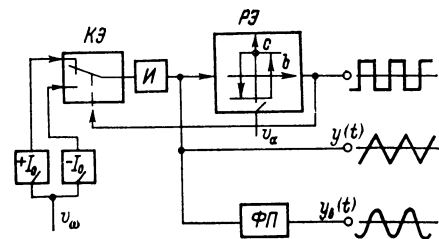


Рис. 1.2. Структура функционального генератора

Обзор существующих сведений об этих генераторах [27, 29] позволяет заключить, что они имеют метрологические показатели приборов среднего класса точности при уровне нелинейных искажений 0,5—2 % и стабильности амплитуды 1—2 %. Основным достоинством таких генераторов является возможность получения сигналов различной формы и простота управления их частотой, обеспечиваемая изменением значения тока I_0 .

Особую группу ГСС составляют генераторы с диапазонно-кварцевой стабилизацией частоты (генераторы-синтезаторы), предназначенные для использования в системах и устройствах, требующих высокой точности установки и стабильности частоты, например при проверке узкополосных кварцевых фильтров и испытаниях систем многоканальной телеметрии, в системах космической связи и доплеровской радиолокации. Работа генераторов-синтезаторов заключается в формировании дискретного или непрерывного множества колебаний рабочих частот f_p , образованных из частот опорного кварцевого генератора f_0 [18, 23].

На рис. 1.3 приведена схема генератора-синтезатора, иллюстрирующая метод косвенного когерентного синтеза. Рассмотрим принцип работы схемы. Колебания управляемого генератора УГ с частотой f_n через делитель частоты с перестраиваемым коэффициентом деления ДПКД поступают на вход фазового детектора ФД. Одновременно на второй вход ФД, через делитель частоты ФДЧ, поступают опорные колебания от кварцевого генератора КГ с частотой f_0/n . В результате сравнения фаз двух колебаний на выходе ФД формируется напряжение u_p , которое поступает на вход управляемого генератора через управляющее устройство УУ и подстраивает выходную частоту f_n . При этом напряжение u_f пропорционально интегралу от разности частот f_n/k_d и f_0/n , что

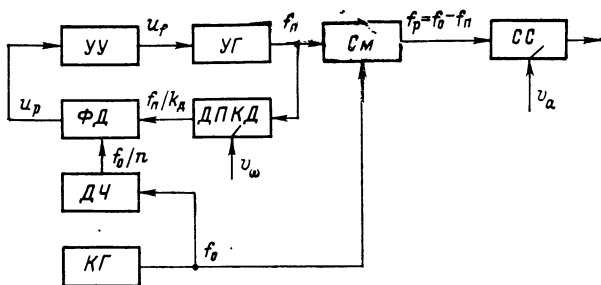


Рис. 1.3. Функциональная схема генератора-синтезатора

обеспечивает астатизм системы и полностью исключает ошибку автоподстройки. Выходные колебания УГ и кварцевого генератора КГ смешиваются в смесителе СМ, на выходе которого синтезируется сигнал разностной частоты $f_p = f_0 - f_n$. Управляя коэффициентом передачи ДПКД, можно перестраивать частоту выходных колебаний в широких пределах от сотых долей герца до единиц мегагерц. Для управления и стабилизации уровня выходных колебаний используется система стабилизации амплитуды СС, структура и характеристики которой определяют такие метрологические показатели, как точность и стабильность амплитуды в частотном и температурном диапазонах. На рис. 1.3 включение СС условно показано на выходе синтезатора. Конкретные структуры таких систем рассматриваются далее.

Различные модификации рассмотренного принципа, используемого, например, в генераторах ГЗ-110, ГЗ-111, позволяют получить выходные колебания с высокой точностью и стабильностью частоты, сравнительно простую схемотехническую реализацию управления параметрами колебаний и связи с ЭВМ. Сочетание высокой стабильности частоты ($\delta = 10^{-5} \div 10^{-7}$) с возможностью дискретной ее перестройки с шагом, измеряемым десятками и сотыми долями герца, позволяет успешно использовать низкочастотные ГСС этой группы в аппаратуре для обработки информации. При этом наличие цифрового дистанционного управления частотой и амплитудой выходных колебаний позволяет использовать эти приборы в АСНИ.

Вместе с тем необходимо отметить, что реализация генераторов-синтезаторов с высокими метрологическими характеристиками отличается конструктивной и технологической сложностью. Существенные трудности в разработке генераторов этого класса связаны с обеспечением достаточно малого уровня нелинейных искажений выходного сигнала, что обусловлено преобразовательным принципом его формирования. В современных генераторах-синтезаторах типовые значения коэффициента гармоник находятся в пределах 0,2—0,5 %.

Интенсивно развивающаяся в последнее время группу приборов составляют цифро-аналоговые генераторы — ЦАГ [20, 33, 34].

На периоде выходных колебаний $[0, T]$ выходной сигнал $y(t)$ в таком генераторе можно представить в виде

$$y(t) = \sum_{i=1}^n k_i(t) 1(t - \tau_i), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где n — число интервалов квантования на периоде колебаний; $k_i(t)$ — весовой коэффициент на i -м дискретном интервале времени, определяющий приращение формируемого сигнала; τ_i — начало очередного интервала квантования; $1(t - \tau_i)$ — единичная ступенчатая функция, удовлетворяющая условиям

$$1(t - \tau_i) = \begin{cases} 1, & t - \tau_i \geq 0; \\ 0, & t - \tau_i < 0. \end{cases}$$

Принцип построения цифро-аналогового генератора (ЦАГ) синусоидального сигнала можно представить структурой, показанной на рис. 1.4, а. Дискретные значения сигнала $y^*(t)$ в генераторе формируются цифровым функциональным преобразователем ЦФП. Временную развертку текущего значения аргумента осуществляет реверсивный счетчик РС, при этом период формируемого сигнала задается частотой f_T тактовых импульсов перестраиваемого генератора ГТИ. Для получения сигнала в аналоговой форме используется цифро-аналоговый преобразователь ЦАП.

Возможная схема ГТИ изображена на рис. 1.4, б. В ней используется система на управляемом генераторе УГ с фазовой автоподстройкой частоты, подобная применяемым в генераторах-синтезаторах. Отличие этой системы заключается в более простой технической реализации, обусловленной отсутствием жестких требований к форме тактовых импульсов. Стабильность частоты f_T фактически определяется стабильностью применяемого кварцевого генератора КГ.

Развитие интегральной микросхемотехники, стремительное совершенствование и расширение функциональных возможностей

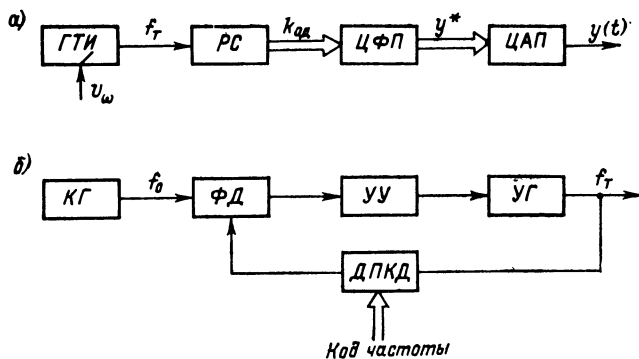


Рис. 1.4. Структура цифро-аналогового генератора

БИС и СБИС обуславливают перспективность дальнейшего развития и применения ЦАГ, позволяющих формировать гармонические сигналы в диапазоне от инфранизких частот до значений в десятки и сотни кГц с достаточно малыми (0,2—0,5 %) нелинейными искажениями, высокой стабильностью амплитуды и частоты, возможностью программируемого управления параметрами колебаний и простой связью с ЭВМ.

Основной недостаток таких генераторов заключается в ограниченности верхней границы частотного диапазона, определяемой при заданных требованиях к коэффициенту гармоник быстродействием используемых цифровых элементов. Действительно, существенной особенностью методов цифрового и цифро-аналогового синтеза гармонических сигналов является дискретный характер задания аргумента. При этом качество формы синтезируемого сигнала зависит как от принятого метода приближения значений $y^*(t)$ к их расчетным значениям (способа аппроксимации), так и от числа интервалов квантования на периоде формируемых колебаний. Например, при кусочно-постоянной аппроксимации синусоидального сигнала, для обеспечения значения коэффициента гармоник в 0,2 % необходимо сформировать не менее 250 участков квантования на полупериоде колебаний [20]. Очевидно, что при заданном коэффициенте гармоник максимальное значение генерируемой частоты ограничено быстродействием используемой элементной базы. Сравнительный анализ, проведенный рядом авторов, показывает, что максимальным быстродействием обладают ЦФП с кусочно-линейной аппроксимацией, в которых в настоящее время достижимы значения частоты формируемого синусоидального сигнала порядка сотен кГц при нелинейных искажениях не более 0,5 %.

Из рассмотренного сопоставления принципов построения генераторов синусоидальных сигналов можно заключить, что генераторы на АС, близких к консервативным, имеют наиболее широкое применение. Входя в группу самостоятельных приборов, они используются также в качестве функциональных элементов (УГ) в других системах ГСС. Отличаясь высокими показателями по уровню нелинейных искажений, генераторы на АС, близких к консервативным, уступают другим генераторам (ФГ и ЦАГ) по стабильности амплитуды и частоты, если не использовать специальных мер по стабилизации параметров колебаний. Использование систем автоматической стабилизации этих параметров может существенно повысить метрологические характеристики генераторов этой группы. Но применение такого подхода к проектированию генераторов требует знания динамических свойств автоколебательных систем как объектов управления, рассмотренных в широкой литературе недостаточно полно. Учитывая, что основное назначение измерительных генераторов связано с получением сигналов с высокой стабильностью амплитуды и малыми нелинейными искажениями, наиболее актуальной является разработка методов ана-

лиза систем автоматической стабилизации амплитуды колебаний.

В связи с этим основное содержание настоящей книги посвящено изучению управляемых автоколебательных систем и способов построения на их основе высокостабильных генераторов синусоидальных колебаний с малыми и сверхмалыми нелинейными искажениями.

1.3. Автоколебательные системы генераторов с безынерционными и инерционными нелинейными элементами

При построении автоколебательных систем генераторов в основном используются следующие способы стабилизации амплитуды колебаний: ограничение амплитуды с помощью безынерционных нелинейных элементов (БНЭ), пассивная стабилизация амплитуды инерционными нелинейными элементами (ИНЭ) и стабилизация амплитуды на основе замкнутых систем автоматической стабилизации (САС).

В связи с тем что способ стабилизации амплитуды колебаний автоколебательной системы (АС) определяет такие важнейшие показатели качества выходного сигнала, как нелинейные искажения и стабильность амплитуды, рассмотрим основные особенности построения АС и линейных частотно-задающих звеньев (ЛЧЗ).

В многочисленных технических реализациях способы построения ЛЧЗ чрезвычайно разнообразны и могут классифицироваться по различным признакам: по виду используемых реактивных элементов (L или C); по реализуемой передаточной функции; по методу формирования требуемой частотной характеристики с использованием пассивных (ПЧЗ) или активных (АЧЗ) фильтров и по ряду других признаков. Обсуждению достоинств и недостатков различных схем, исследованию их методов анализа и синтеза посвящены работы значительного числа авторов, например [32], к которым может обратиться читатель. В связи с тем что способ построения ЛЧЗ не имеет принципиального значения для используемых в дальнейшем методов исследования, ограничимся рассмотрением нескольких примеров, имеющих иллюстративный характер и позволяющих в случае необходимости конкретизировать полученные результаты.

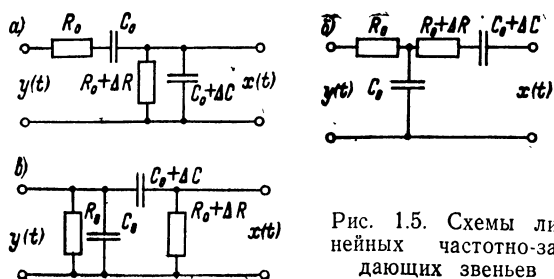


Рис. 1.5. Схемы линейных частотно-задающих звеньев

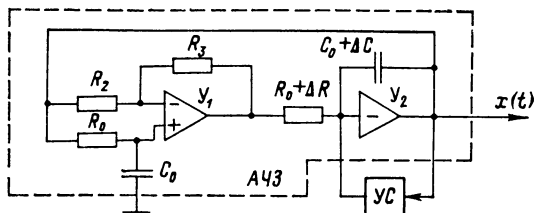


Рис. 1.6. Схема генератора на активном частотно-задающем звене

На рис. 1.5, *а—в* приведены примеры выполнения ПЧЗ различной конфигурации с передаточной функцией

$$W(s, \rho, \sigma) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{T_3(1 + \rho)s}{T_3^2(1 + \rho)(1 + \sigma)s^2 + T_3s(3 + 2\rho + \sigma + \sigma\rho) + 1},$$

где $x(s)$, $y(s)$ — изображения по Лапласу входного и выходного сигналов звена, $\rho = \Delta R/R_0$; $\sigma = \Delta C/C_0$ — безразмерные параметры, характеризующие как асимметричность ЛЧЗ, так и параметрические возмущения, воздействующие на линейную часть при перестройке частоты, изменении температуры внешней среды и старении; $T_3 = R_0C_0$ — постоянная времени ЛЧЗ.

Пример применения активных фильтров с использованием операционных усилителей для построения АЧЗ показан на рис. 1.6. Используя распространенную гипотезу об идеальности активных элементов АЧЗ, передаточные функции АЧЗ и ПЧЗ можно записать в общем виде:

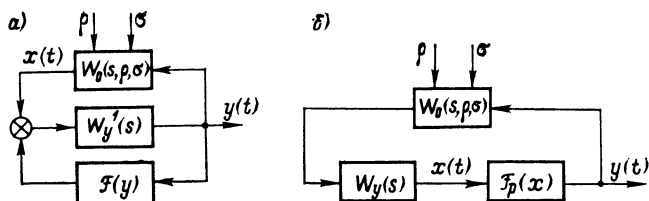
$$W_0(s, \rho, \sigma) = \frac{N(s, \rho, \sigma)}{D(s, \rho, \sigma)} = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n},$$

причем a_i , b_i — вещественные коэффициенты, зависящие от безразмерных параметров ρ , σ и T_3 ; $N(s, \rho, \sigma)$, $D(s, \rho, \sigma)$ — полиномы по степеням s ; $m \leq n$.

В простейших структурах АС со стабилизацией амплитуды с помощью безынерционных и инерционных нелинейных элементов характеристики ЛЧЗ в значительной степени определяют такие параметры колебаний, как стабильность и точность установки частоты и уровень нелинейных искажений, поэтому выбор ЛЧЗ в этих АС диктуется заданными метрологическими характеристиками. При этом для формирования требуемой частотной характеристики ЛЧЗ с высокой добротностью необходимо использовать цепи высокого порядка с $n > 2$, например различные модификации двойного Т-образного моста. Для плавного изменения частоты в таких ЛЧЗ требуется синхронная перестройка параметров значительного числа элементов цепи, что, во-первых, снижает технологичность серийного производства АС, а, во-вторых, обуславливает параметрические возмущения ρ и σ , изменяющие амплитуду колебаний.

Новые принципы построения генераторов, основанные на использовании методов теории управления для стабилизации ампли-

Рис. 1.7. Структурные схемы квази-консервативных автоколебательных систем



туды и частоты, а также существенное улучшение элементной базы, микроминиатюризация ряда функциональных узлов позволяют ослабить требования к частотной характеристике ЛЧЗ и выдвигают на первый план условие технологичности в массовом производстве.

В генераторах высокого класса точности с плавной перестройкой частоты целесообразно использовать ЛЧЗ второго порядка, имеющие не более двух синхронно перестраиваемых элементов, так как изготовление перестраиваемых узлов с большим числом элементов технологически неоправданно. В дальнейшем рассматриваются ЛЧЗ только второго порядка, для которых класс передаточных функций ограничен условием $2 \geq n \geq m$:

$$W_0(s, \rho, \sigma) = \frac{N(s, \rho, \sigma)}{D(s, \rho, \sigma)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}. \quad (1.1)$$

Обозначим передаточную функцию усилителя U через $W_y(s)$ и введем операторы $\mathcal{F}(y)$ и $\mathcal{F}_p(x)$, описывающие нелинейные элементы в АС (рис. 1.1). При этом вид оператора определяется физической природой используемого нелинейного элемента. В этом случае рассматриваемые АС можно представить структурными схемами, приведенными на рис. 1.7. В большинстве практических случаев в диапазоне генерируемых частот передаточную функцию усилителя U можно считать вещественной величиной, которая не зависит от частоты и удовлетворяет условию $W_y^1(s) = k_y^1 \gg 1$, $W_y(s) = k_y > 1$.

Тогда при использовании безынерционного НЭ первая структура (рис. 1.7, а) преобразуется во вторую (рис. 1.7, б) с точностью до малой постоянной $1/k_y^1$, причем $\mathcal{F}(y) = \mathcal{F}_p^{-1}(x)$, т. е. нелинейные элементы в рассматриваемых структурах обладают взаимно-обратными статическими характеристиками. Это преобразование позволяет без потери общности рассматривать в дальнейшем только вторую структуру. Если включить значение k_y в оператор $\mathcal{F}_p(x)$, то структурная схема автоколебательных систем генераторов примет вид, показанный на рис. 1.8.

Для обеспечения в АС стационарного режима колебаний $x(t) = a_0 \sin \omega_0 t$ с постоянной частотой ω_0 и амплитудой a_0 необходимо выполнить условия самовозбуждения и устойчивости предельного цикла.

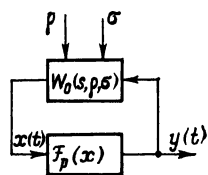


Рис. 1.8. Схема автоколебательной системы

В качестве примера найдем дифференциальное уравнение АС с ЛЧЗ, изображенным на рис. 1.5, а. Используя соотношения

$$W_0(s, \rho, \sigma) = \frac{x(s)}{y(s)}; \quad y(t) = \mathcal{F}_p(x),$$

для безынерционного нелинейного элемента получим уравнение АС в виде

$$\ddot{x} + \dot{x}\omega_s(\rho, \sigma)h(\rho, \sigma)[\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x)] + \omega_s^2(\rho, \sigma)x = 0,$$

где

$$\omega_s(\rho, \sigma) = [T_3 \sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}]^{-1}; \quad T_3 = R_0 C_0; \quad \dot{x} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2};$$

$$h(\rho, \sigma) = (1+\rho)/\sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}; \quad \dot{\mathcal{F}}_x(x) = d\mathcal{F}_p(x)/dx;$$

$$\varphi(\rho, \sigma) = \{W_0(s, \rho, \sigma)\}_{s=j\omega_s}^{-1} = (3+2\rho+\sigma+\sigma\rho)/(1+\rho).$$

Обозначив $\omega_s(\rho, \sigma) = \omega_s$; $h(\rho, \sigma) = h$; $-\omega_s h \{\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x)\} \dot{x} = \varepsilon f(x) \dot{x}$, приведем полученное уравнение к стандартной форме нелинейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = \varepsilon f(x) \dot{x}.$$

Как известно, при начальной амплитуде $a_n \neq 0$ и выполнении условия самовозбуждения $f(a_n) > 0$ в системе возникают расходящиеся колебания. Если при некотором значении амплитуды a_0 выполняется условие стационарных колебаний

$$\int_0^{2\pi} f(a_0 \cos \psi) \sin \psi d\psi = 0$$

или

$$\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x) = \Phi(x, \rho, \sigma) = 0,$$

то при этом в первом приближении $x(t) = a_0 \cos \omega_0 t$.

При известном описании нелинейности $\mathcal{F}_p(x)$ можно определить амплитуду установившихся колебаний с помощью известных методов, например метода средней крутизны, медленно меняющихся амплитуд [5, 6], метода гармонической линеаризации [7] и др.

Выражения функций чувствительности частоты ω_0 и условия $\Phi(x, \rho, \sigma)$ к отклонениям ρ и σ имеют вид:

$$S_{\omega}^{\rho} = \frac{\partial \omega_s(\rho, \sigma)}{\partial \rho} = -\frac{1}{2T_3} [(1+\rho)(1+\sigma)]^{-\frac{3}{2}};$$

$$S_{\omega}^{\sigma} = \frac{\partial \omega_s(\rho, \sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{2T_3} [(1+\rho)(1+\sigma)]^{-\frac{3}{2}};$$

$$S_{\Phi}^{\rho} = \frac{\partial \Phi(x, \rho, \sigma)}{\partial \rho} = -(1+\rho)^{-2};$$

$$S_{\Phi}^{\sigma} = \frac{\partial \Phi(x, \rho, \sigma)}{\partial \sigma} = 1.$$

Из полученных выражений следует, что отклонения ΔR и ΔC , возникающие в процессе управления частотой, приводят к измене-

нию как частоты, так и амплитуды a_0 установившихся колебаний, а следовательно, перестройка частоты сопровождается переходным процессом по огибающей. Можно показать, что известные схемы избирательных ЛЧЗ, перестраиваемых с помощью одного элемента, обладают аналогичным недостатком.

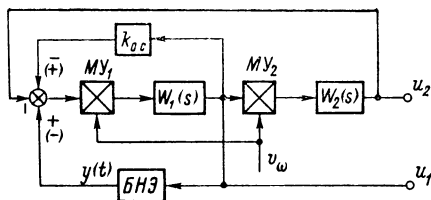


Рис. 1.9. Структурная схема инфранизкочастотного генератора

Поиск оптимальных структур, пригодных для построения программируемых прецизионных генераторов с малой длительностью переходных процессов, предполагает два основных направления: первое включает в себя исследование динамических характеристик известных структур автоколебательных систем и определение наиболее эффективных в смысле достижимых показателей, а второе — разработку автоколебательных систем с малой чувствительностью по отношению к задающим частоту параметрам.

Во многих случаях для стабилизации амплитуды с помощью БНЭ используется собственная нелинейная характеристика активного элемента. К таким системам относятся так называемые трехточечные схемы транзисторных генераторов и некоторые генераторы на операционных усилителях, но наибольшее применение безынерционные нелинейные элементы для стабилизации амплитуды колебаний получили в инфранизкочастотных генераторах синусоидальных сигналов [1].

Распространенной группой инфранизкочастотных генераторов являются генераторы двухфазных гармонических сигналов, применяемые в составе измерительной аппаратуры для снятия частотных характеристик динамических объектов и систем в качестве источников измерительных и опорных ортогональных сигналов $a \sin \omega t$ и $a \cos \omega t$.

Структура, отражающая построение инфранизкочастотных аналоговых генераторов, показана на рис. 1.9. Интеграторы $W_1(s) = 1/(T_1 s)$, $W_2(s) = 1/(T_2 s)$, охваченные общей отрицательной обратной связью, образуют линейное колебательное звено, перестраиваемое по частоте с помощью множительных устройств MY_1 , MY_2 . Для обеспечения требуемой стабильности его параметров используется внутренняя обратная связь $k_{0.c}$ того или иного знака, вносящая в звено затухание ξ и снижающая за счет этого влияние неидеальности применяемых интеграторов. При отрицательной внутренней обратной связи колебательное звено устойчиво, а при положительной — неустойчиво. Незатухающий колебательный процесс достигается введением в звено нелинейной обратной связи, компенсирующей действие внутренней линейной связи $k_{0.c}$ при заданной амплитуде колебаний. В генераторах с устойчивым колебательным звеном [8, 9] для этой цели применяются нелинейные элементы с насыщением, разновидности характеристик которых показаны на рис. 1.10, а и б. Для генераторов с неустойчивым

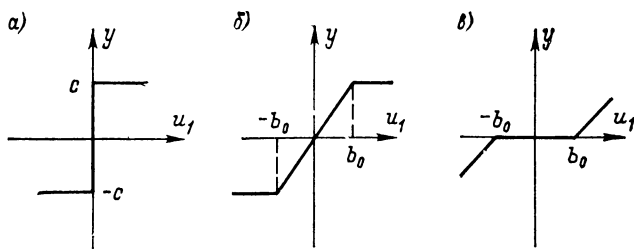


Рис. 1.10. Типовые характеристики нелинейных звеньев, используемых для стабилизации амплитуды в генераторах

колебательным звеном [10] наиболее эффективная стабилизация амплитуды колебаний достигается использованием БНЭ с зоной нечувствительности (рис. 1.10, а). Достоинством генераторов является возможность одновременного получения двух гармонических напряжений $u_1(t)$ и $u_2(t)$, сдвинутых между собой на 90° , что расширяет возможности их применения в измерительных целях.

Работа генераторов рассмотренной структуры хорошо описывается с помощью метода гармонического баланса, поскольку колебательные процессы в них близки к синусоидальным. Исходя из этого, для свободных колебаний в генераторах можно записать гармонически линеаризованное дифференциальное уравнение:

$$\left\{ \frac{T_1 T_2}{k_{м.у1} k_{м.у2}} p^2 + [\pm k_{о.с} \mp q(a)] \frac{T_2}{k_{м.у2}} p + 1 \right\} x = 0,$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $x = u_1$; $k_{м.у1}$, $k_{м.у2}$ — коэффициенты передачи $МУ_1$, $МУ_2$; $q(a)$ — коэффициент гармонической линеаризации БНЭ.

Практически целесообразно принимать $T_1 = T_2 = T_3$, $k_{м.у1} = k_{м.у2} = k_{м.у}$. С учетом этого перепишем уравнение в форме:

$$\{ p^2 + 2\xi \left[1 - \frac{q(a)}{k_{о.с}} \right] \omega_s p + \omega_s^2 \} x = 0.$$

Здесь $\xi = k_{о.с}/2$ — относительное затухание линейного колебательного звена; $\omega_s = k_{м.у}/T_3$ — частота собственных колебаний. При отрицательной внутренней обратной связи $\xi > 0$, а при положительной $\xi < 0$.

При установлении автоколебательного процесса выполняется условие $q(a_0) = k_{о.с}$, что соответствует отсутствию в нелинейной колебательной системе генератора потерь на частоте основной гармоники колебаний. Амплитуда автоколебаний при этом на всех частотах остается постоянной, так как условие $q(a_0) = k_{о.с}$ не зависит от частоты. Очевидно, что эта особенность ведет к возможности перестройки частоты колебаний без переходного процесса установления амплитуды, если при этом мгновенные значения входного напряжения БНЭ не зависят от перестраиваемых параметров колебательного звена. В рассматриваемой схеме генераторов это условие выполняется при идентичном изменении коэффициентов $k_{м.у1}$

и $k_{м. у2}$. При несогласованной перестройке $k_{м. у1}$ и $k_{м. у2}$ возникают параметрические возмущения, аналогичные по своей природе ранее рассмотренным ρ и σ и вызывающие переходный процесс установления колебаний.

Основным достоинством стабилизации на основе *БНЭ* является исключительная простота технической реализации генераторов, однако сравнительно невысокие метрологические характеристики (стабильность амплитуды 1—2 % при коэффициенте гармоник 0,5—1 %) ограничивают применение таких приборов. Необходимо отметить, что при стабилизации амплитуды с помощью *БНЭ* коэффициент гармоник и стабильность амплитуды связаны обратной зависимостью, т. е. уменьшение коэффициента гармоник за счет уменьшения степени нелинейности приводит к снижению стабильности амплитуды и, напротив, увеличение стабильности амплитуды ведет к увеличению гармоник в выходном сигнале [16].

Поиск решений, позволяющих уменьшить коэффициент гармоник генерируемого сигнала, привел к появлению генераторов со стабилизацией амплитуды на основе инерционных нелинейных элементов, линейных для мгновенных значений тока или напряжения и обладающих нелинейной характеристикой сопротивления в зависимости от действующего значения протекающего тока [14]. В качестве таких элементов в серийных приборах использовались специальные лампы накаливания [14] и термисторы (рис. 1.11), позволяющие получить колебания с нелинейными искажениями до 0,01 % (генераторы ГЗ-102, ГЗ-35). Основным недостатком таких генераторов является высокая чувствительность амплитуды колебаний к возмущающим факторам (влияние температуры, перестройка частоты), не позволяющим обеспечить долговременную стабильность амплитуды выше 0,5—1 %, что обусловило неперспективность дальнейшего использования такого способа стабилизации.

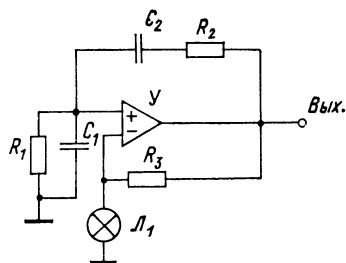


Рис. 1.11. Схема генератора со стабилизацией амплитуды инерционным нелинейным элементом

1.4. Автоматическая стабилизация амплитуды в источниках синусоидальных сигналов

Современным подходом к построению ГСС с высокими метрологическими характеристиками является проектирование генераторов на основе замкнутых систем автоматической стабилизации амплитуды. В этом случае для замыкания регулирующей обратной связи по амплитуде АС или НЭ должны иметь дополнительный вход для управления амплитудой колебаний в зависимости от значения управляющего сигнала, сформированного системой стабилизации амплитуды.

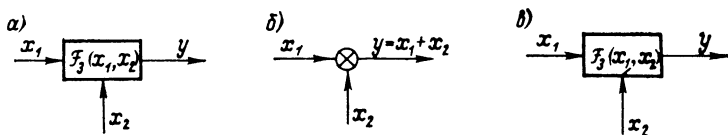


Рис. 1.12. Условные обозначения элементов, замыкающих обратные связи в системах управления

Элемент, осуществляющий замыкание системы с обратной связью, представляет собой звено с двумя входами и одним выходом (рис. 1.12, а), описываемое функцией двух переменных:

$$y = \mathcal{F}_3(x_1, x_2).$$

В зависимости от характера функционального преобразования различают два вида обратных связей — аддитивную (сигнальную) и мультипликативную (параметрическую) [28].

Если эквивалентом преобразования $\mathcal{F}_3(x_1, x_2)$ является выражение $y = k_1 x_1 + k_2 x_2$, то связь является аддитивной (сигнальной) и обозначается на структурных схемах при помощи сумматора (рис. 1.12, б). Если для эквивалентного представления преобразования $\mathcal{F}_3(x_1, x_2)$ используется операция умножения $y = (k_1 x_1) x_2$ или $y = k_p(x_1) x_2$, то связь является мультипликативной (параметрической) и имеет структурное обозначение, показанное на рис. 1.12, в.

В зависимости от способа управления затуханием АС можно выделить структуру с чисто параметрическим управлением, а при комбинации аддитивной и мультипликативной обратных связей — с сигнальным и параметрическим управлением.

Системы стабилизации амплитуды с параметрической обратной связью. Рассмотрим построение системы стабилизации амплитуды с параметрической обратной связью на примере выпускаемых промышленностью ГСС.

Генератор ГЗ-107 является одним из первых серийных отечественных генераторов, имеющих автоматическую стабилизацию амплитуды выходного сигнала с параметрическим управлением [2, 16, 25]. Функциональная схема генератора приведена на рис. 1.13, где автоколебательная система генератора выполнена на дифференциальном усилителе $У_1$, в цепь положительной обратной связи которого включено ЛЧЗ в виде последовательного соединения фильтров верхних и нижних частот (элементы R_1, R_2, C_1, C_2), а в цепь отрицательной обратной связи включен управляемый делитель на полевом транзисторе (элементы R_3, R_4, T_1). Сопротивление канала полевого транзистора меняется в зависимости от управляющего напряжения на его затворе, изменяя глубину обратной связи, а следовательно, — амплитуду выходных колебаний.

Выходной сигнал АС $y(t)$ через выходной усилитель ВУ поступает на вход измерителя-преобразователя ИП, формирующего выпрямленное напряжение, пропорциональное среднему значению амплитуды выходного сигнала. Выпрямленное напряжение сравнивается на входе регулирующего устройства РУ с опорным напряжением u_0 . Отклонение выходного напряжения генератора от опорного значения формирует сигнал ошибки, интегрируемый РУ. Результат интегрирования поступает на один вход сравнивающего

устройства СУ, на второй вход которого поступает сигнал от амплитудного детектора АД, обеспечивающего устойчивость системы стабилизации по огибающей выходных колебаний.

В рассматриваемой схеме генератора функции звена замыкания параметрической обратной связи в АС выполняет дифференциальный усилитель $У_1$ с управляемым делителем в цепи отрицательной обратной связи. Учитывая, что в этом случае выходной сигнал усилителя $y(t)$ зависит не только от вида статической нелинейной характеристики по входу $x(t)$, но и от значения коэффициента передачи, определяемого значением управляющего сигнала $u_p(t)$, введем оператор $\mathcal{F}_p(x, u_p)$, описывающий функциональную связь между входными сигналами $x(t)$, $u_p(t)$ и выходным сигналом $y(t)$. В дальнейшем схемы, реализующие подобную функциональную зависимость, будем называть параметрическими устройствами (ПУ).

С учетом введенного оператора $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ эквивалентным представлением АС для этого случая является структурная схема, приведенная на рис. 1.14. Очевидно, что в рассматриваемой АС условие существования периодического стационарного режима будет зависеть не только от вида статической нелинейности по входу $x(t)$, но и от свойств ПУ по управляющему входу $u_p(t)$.

Возможно иное построение генератора, в котором САС используется для стабилизации амплитуды колебаний внешнего, относительно системы стабилизации, источника колебаний, построенного на БНЭ или ИНЭ. Например, на рис. 1.15 показана схема генератора, в котором для возбуждения колебаний с малыми нелинейными искажениями используется АС с ИНЭ, а стабилизация амплитуды осуществляется с помощью усилителя с регулируемым коэффициентом передачи ПУ и системы стабилизации, включающей в себя измеритель амплитуды выходных колебаний ИП, сравнивающее устройство СУ, регулятор РУ.

Рассмотренные и известные структуры ГСС с автоматической стабилизацией амплитуды и параметрической обратной связью представим двумя обобщенными функциональными схемами, показанными на рис. 1.16, а (структура C_1) и на рис. 1.16, б (структура C_2). Генераторы содержат источник колебаний АС, параметрическое устройство ПУ с

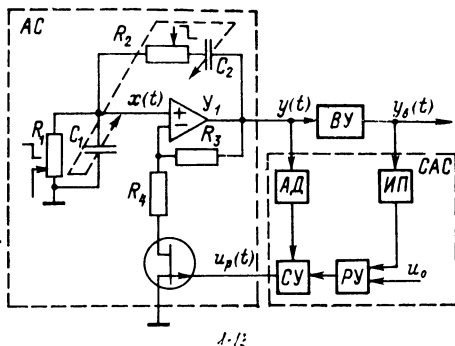


Рис. 1.13. Схема генератора с автоматической стабилизацией амплитуды на основе параметрической обратной связи

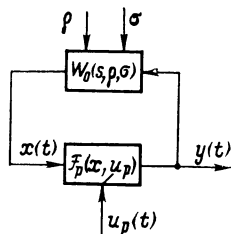


Рис. 1.14. Управляемое колебательное звено с параметрическим управлением

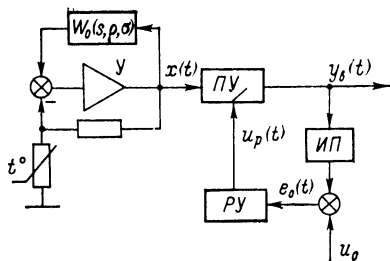


Рис. 1.15. Генератор с внешней системой стабилизации амплитуды колебаний

сигнала; CY — сравнивающее устройство, формирующее сигнал ошибки $e_0(t) = u_{н.п}(t) - u_0$; u_0 — опорное напряжение; PY — регулирующее устройство, вырабатывающее сигнал управления $u_p(t)$; $ДК$ — цепь динамической коррекции, обеспечивающая устойчивость системы стабилизации.

Системы стабилизации работают следующим образом: при отклонении амплитуды выходного сигнала $y_{в}(t) = a(t) \sin \omega_0 t$ от заданного значения $a_0 = u_0/k_{н.п.}$, где $k_{н.п.}$ — линейризованный коэффициент передачи измерителя-преобразователя, на выходе CY возникает сигнал ошибки $e_0(t)$, по которому в звене PY формируется управляющий сигнал $u_p(t)$, изменяющий коэффициент передачи параметрического устройства таким образом, что отклонение амплитуды выходного сигнала $\Delta a = a(t) - a_0$ стремится к нулю.

Основное различие рассматриваемых структур заключается в том, что в генераторе с внешним, относительно контура регулирования, источником колебаний (структура C_2) САС служит лишь для управления уровнем выходного сигнала, а в генераторе на управляемом колебательном звене (структура C_1) САС обеспечивает как выполнение условий существования незатухающих колебаний, так и стабилизацию амплитуды. Это различие во многом определяет возможности структур по обеспечению метрологических характеристик выходного сигнала и требований к элементам схемы.

Не рассматривая пока задачи точности стабилизации, определим принципы построения генераторов и требования к функциональным узлам, обеспечивающие генерирование колебаний с малыми нелинейными искажениями.

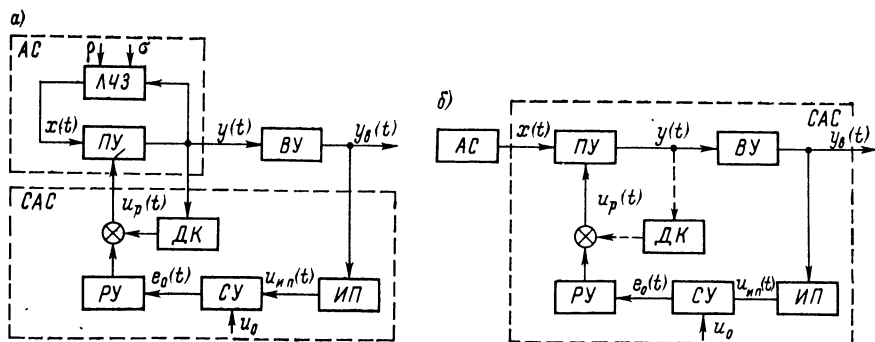


Рис. 1.16 Функциональные схемы системы стабилизации амплитуды колебаний на управляемом колебательном звене (а) и уровня сигнала внешнего источника (б)

В рассматриваемых структурах основным устройством, определяющим искажения выходного сигнала, является параметрическое устройство, которое осуществляет нелинейное преобразование сигналов $x(t)$, $u_p(t)$. При этом уровень нелинейных искажений выходного сигнала зависит от двух составляющих, одна из которых обусловлена нелинейностью статической характеристики по сигнальному входу $x(t)$, а другая — спектральным составом сигнала управления $u_p(t)$.

Пренебрегая второй составляющей, которая при оптимальном выборе параметров $PУ$ мала, рассмотрим требования к диапазону регулирования $PУ$ с учетом того, что этот диапазон и уровень нелинейных искажений взаимосвязаны, так как в реальных элементах, используемых для реализации $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ (таких, как полевые транзисторы, оптроны), увеличение диапазона регулирования ведет к возрастанию нелинейных искажений [21, 26].

При управлении уровнем выходного сигнала $y_b(t)$ путем изменения опорного напряжения u_0 , что необходимо при построении программируемых генераторов, диапазон регулирования $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ в структуре C_2 определяется заданным диапазоном изменения амплитуды и в современных приборах должен составлять не менее 20—40 дБ.

Реализация управляемых делителей с таким диапазоном регулирования и малыми нелинейными искажениями практически очень сложна. Поэтому для получения колебаний с малыми нелинейными искажениями в таких генераторах для подавления высших гармоник используют избирательные ВУ, выполненные в виде избирательных усилителей с дополнительной компенсацией гармоник. Такое построение дает возможность использовать простой источник колебаний с невысокими характеристиками выходного сигнала $x(t)$. Однако требование точного согласования частот резонанса избирательного ВУ и частоты генерируемого сигнала $x(t)$ позволяет использовать данную структуру только в генераторах с набором фиксированных частот, а необходимость индивидуальной настройки ВУ на каждой фиксированной частоте снижает технологичность изготовления генератора.

Вместе с тем существуют генераторы, в которых параметрическое управление непосредственно источником колебаний затруднено, а в некоторых случаях — неосуществимо. К таким приборам относятся функциональные генераторы и генераторы-синтезаторы. В этих случаях построение системы стабилизации по структуре C_2 оказывается единственно возможным, а использование особенностей формирования выходного сигнала позволяет получить колебания с малыми нелинейными искажениями.

Например, выходная часть генератора с диапазононо-кварцевой стабилизацией частоты типа ГЗ-110 [12, 13] выполнена по схеме, показанной на рис. 1.17, и включает в себя параметрическое устройство $PУ$, усилитель мощности $УМ$, фильтр нижних частот $ФНЧ$, смеситель $См$ высокочастотных сигналов (опорного $f_0 = \text{const}$ и образованного кольцами фазовой автоподстройки $f_c = \text{var}$), селективную цепь $СЦ$, пропускающую только основную гармонику сигнала f_0 и предназначенную для подавления высших гармоник, генерируемых в $PУ$, регулирующее устройство с интегральным законом регулирования $РУ$, измеритель-преобразователь $ИП$.

В связи с тем что $PУ$ работает на постоянной частоте, реализация $ОЦ$ с высокой добротностью существенно упрощается. В этом случае диапазон регулирования $PУ$ может быть достаточно велик, так как искажения выходного сигнала определяются только характеристиками $См$ и $УМ$, а высшие гармоники $PУ$ практически полностью подавляются $СЦ$.

Рассмотрим условия работы $PУ$ в генераторе, структурная схема которого представлена на рис. 1.16, а. В этой структуре необходимый диапазон регулирования $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ определяется не заданным диапазоном изменения

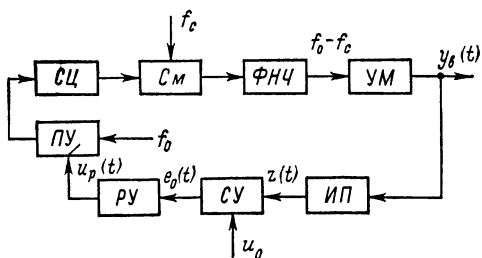


Рис. 1.17. Система стабилизации амплитуды в генераторе-синтезаторе

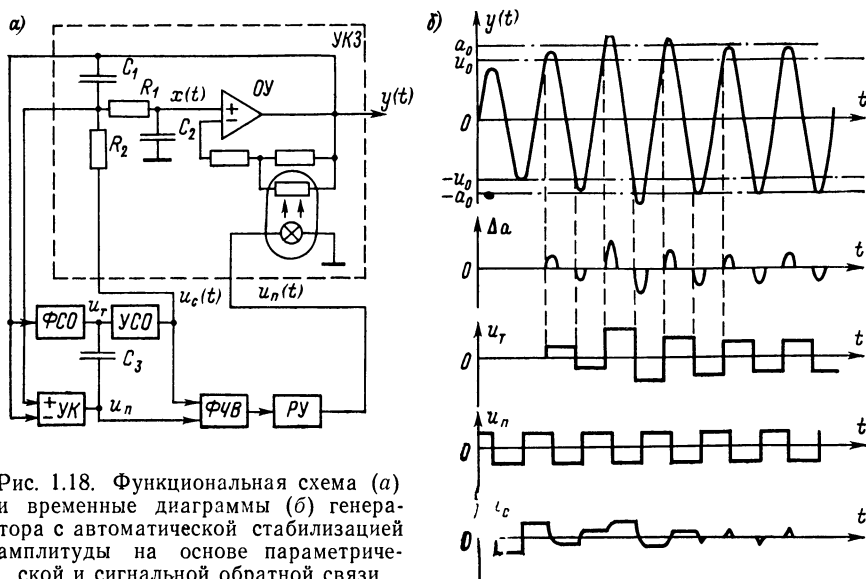


Рис. 1.18. Функциональная схема (а) и временные диаграммы (б) генератора с автоматической стабилизацией амплитуды на основе параметрической и сигнальной обратной связи

амплитуды, а нестабильностью модуля передаточной функции ЛЧЗ $W_0(s, \rho, \sigma)$ в диапазоне генерируемых частот, так как изменение коэффициента передачи $\Delta \mathcal{F}_p(x, u_p)$ только компенсирует отклонения $|\Delta W_0(s, \rho, \sigma)|$, обусловленные параметрическими возмущениями ρ или σ при перестройке частоты.

Возможные значения отклонений определяются качеством элементов, структурой ЛЧЗ и при современной технологии не превышают 2—3 %. Это существенно упрощает реализацию ПУ, которое обычно выполняется в виде управляемого аттенуатора с полевым или МДП-транзистором в качестве резистора с регулируемым сопротивлением.

Системы стабилизации амплитуды с параметрической и сигнальной обратными связями. Наряду с чисто параметрическим управлением колебательным звеном возможны решения, использующие комбинацию аддитивной и мультипликативной обратной связи. В качестве примера рассмотрим структуру генератора ГЗ-113 (рис. 1.18, а) [12].

Управляемое колебательное звено образовано на операционном усилителе ОУ, охваченном положительной обратной связью через ЛЧЗ и отрицательной обратной связью через управляемый резистивный делитель, выполненный на оптроне.

Звено ЛЧЗ состоит из последовательно включенных фильтров верхних и нижних частот, частота резонанса этой цепи определяется выражением $f_0 = (2\pi \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2})^{-1}$.

В генераторе используется двухконтурная система стабилизации амплитуды, в которой контур динамической коррекции (быстродействующий контур регулирования) включает в себя формирователь сигнала ошибки ФСО, усилитель квадратурной составляющей УК и усилитель сигнала ошибки УСЗ. Контур точного регулирования помимо этого содержит фазочувствительный выпрямитель ФЧВ и регулирующее устройство РУ. В рассматриваемой системе точный (медленный) контур замкнут параметрической обратной связью и регулирование осуществляется за счет изменения сопротивления оптрона, установленного в отрицательной обратной связи ОУ. Управляющий сигнал быстродействующего контура регулирования в виде импульсной последовательности $u_c(t)$ поступает непосредственно в

ЛЧЗ генератора, суммируясь с основным сигналом, а следовательно, образуя дополнительный контур управления с аддитивной связью.

В блоке ФСО формируется сигнал прямоугольной формы $u_1(t)$, амплитуда которого пропорциональна амплитуде выходных колебаний, а частота совпадает с генерируемой частотой. В этом случае сигнал ошибки оказывается сдвинутым относительно выходного сигнала на угол, близкий к 90° . Сигнал ошибки поступает на один из зажимов конденсатора C_3 .

В блоке квадратурного усилителя путем вычитания напряжения с выхода генератора из напряжения, сдвинутого на 45° , снимаемого со средней точки фазирующей цепи, формируется опорный сигнал той же частоты, прямоугольной формы и постоянной амплитуды, сдвинутый на 90° по отношению к выходному сигналу.

Опорный сигнал поступает на другой зажим конденсатора C_3 .

В результате на конденсаторе образуется результирующий сигнал $u_c(t)$, равный разности двух поданных на него напряжений, изменяющийся от нулевого значения (при стационарной амплитуде) до максимального (при изменении выходной амплитуды).

На рис. 1.18, б показаны временные диаграммы напряжений, формирующих сигнал ошибки, причем a_0 — стационарная амплитуда колебаний генератора, Δa — «отсеченные» верхушки синусоидального сигнала, превышающие опорное значение напряжения u_0 . Кривая результирующего напряжения на конденсаторе имеет вид, показанный на нижней временной диаграмме. Поступая через ЛЧЗ на вход ОУ, это напряжение увеличивает или уменьшает амплитуду колебаний генератора в зависимости от полярности отклонения амплитуды относительно стационарного уровня a_0 .

Суммарный сигнал ошибки и опорного напряжения поступает на ФЧВ для преобразования в напряжение постоянного тока. Выпрямленный и усиленный сигнал поступает в РУ с пропорционально-интегральным законом регулирования и подается на оптрон, регулирующий глубину отрицательной обратной связи ОУ.

Для рассматриваемого случая схема управляемого колебательного звена с параметрическим и сигнальным управлением (УПЗ) представлена на рис. 1.19, где ЛЧЗ — линейное частотно-задающее звено, находящееся под воздействием выходного сигнала звена $y(t)$ и внешнего сигнала управления $u_c(t)$, ПУ — параметрическое устройство с управляющим входом $u_p(t)$.

Отметим, что общей отличительной особенностью рассматриваемых структур является то, что при использовании САС для управления амплитудой выходных колебаний автоколебательная система генератора представляет собой объект регулирования с параметрическим $u_p(t)$ и сигнальным $u_c(t)$ входами, а за выходные координаты объекта принимаются амплитуда и частота колебаний.

Проведенное краткое рассмотрение принципов формирования и генерирования синусоидальных сигналов, функциональных и структурных схем автоколебательных систем с различными методами управления амплитудой колебаний позволяет классифицировать генераторы синусоидальных сигналов (рис. 1.20).

Первый уровень делит ГСС по виду математического описания автоколебательной системы генератора, второй — раскрывает способы стабилизации амплитуды колебаний в генераторах на квази-консервативных автоколебательных системах. На третьем уровне

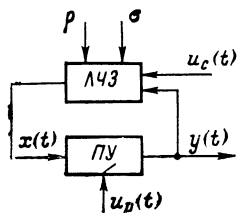


Рис. 1.19. Управляемое колебательное звено с параметрическим и сигнальным управлением

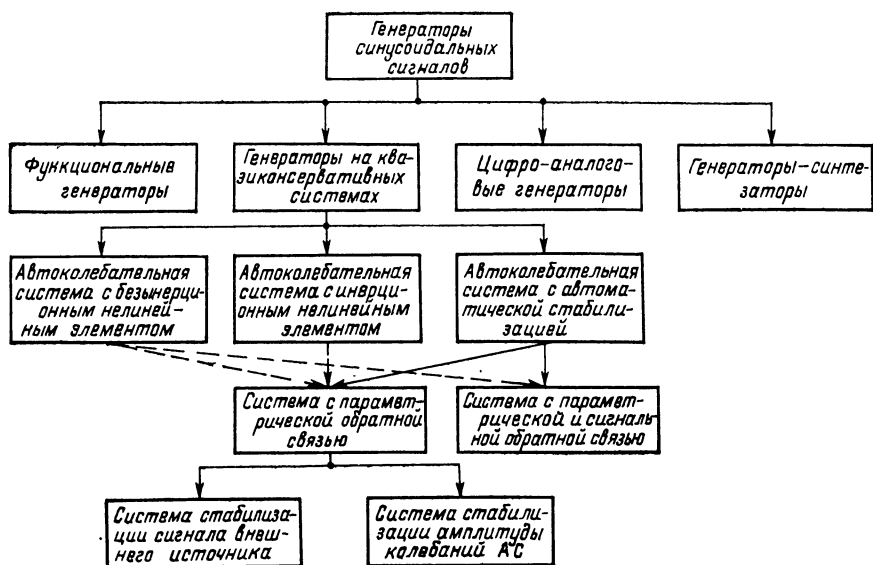


Рис. 1.20. Классификация генераторов синусоидальных сигналов

известные структуры системы стабилизации амплитуды разделяются на две основные группы по виду обратной связи. Четвертый уровень включает в себя системы стабилизации уровня сигнала внешнего источника и системы, обеспечивающие как колебания, так и заданную амплитуду в системе.

Приведенная классификация с учетом рассмотренных метрологических показателей и функциональных возможностей генераторов позволяет на основании требований к проектируемому прибору выбрать наиболее целесообразный способ его построения.

1.5. Математическое описание управляемых колебательных звеньев с параметрическим и сигнальным управлением

Как отмечалось в § 1.4, отличительной особенностью ГСС с автоматической стабилизацией амплитуды колебаний является включение автоколебательной системы в замкнутую структуру регулирования в качестве объекта управления с параметрическим и сигнальным входами. Поэтому в дальнейшем изложении под термином «управляемое колебательное звено» (УКЗ) подразумевается замкнутая автоколебательная система, включающая ЛЧЗ и нелинейное параметрическое устройство ПУ с управляющим входом $u_p(t)$, описываемое оператором $\mathcal{F}_p(x, u_p)$. При этом УКЗ делятся на колебательные звенья с чисто параметрическим управлением — УЗП (рис. 1.14), а при дополнительном контуре сигнальной обратной связи — на колебательные звенья с параметрическим и сигнальным управлением — УЗПС (рис. 1.19).

По классификации, принятой в теории управления, рассматриваемые САС могут быть отнесены к классу беспойсковых самонастраивающихся систем с вырожденной моделью. Для анализа и синтеза САС необходимо определить эквивалентную замену УКЗ некоторым динамическим объектом с параметрическим и сигнальным входами, за выходные координаты которого приняты огибающая $a(t)$ и фаза $\psi(t)$ выходных колебаний $x(t) = a(t) \cos \psi(t)$ звена.

Для исследования основных особенностей УЗП как объекта регулирования в области малых отклонений от стационарного режима получим обобщенное дифференциальное уравнение УЗП с ЛЧЗ второго порядка. Полагая, что параметрические возмущения ρ и σ на интервале решения остаются постоянными, на основании обобщенной структурной схемы УЗП (рис. 1.14) и передаточной функции вида (1.1) получим

$$b_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) = a_0 \mathcal{F}_p(x, u_p) + a_1 \left[\frac{\partial \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x} \times \right. \\ \times \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial u_p} \frac{du_p(t)}{dt} \left. \right] + a_2 \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x^2} \times \right. \\ \times \left[\frac{dx(t)}{dt} \right]^2 + \frac{\partial^2 \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x \partial u_p} \frac{dx(t)}{dt} \frac{du_p(t)}{dt} + \\ + \frac{\partial \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial u_p} \left[\frac{du_p(t)}{dt} \right]^2 + \\ \left. + \frac{\partial^2 \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x \partial u_p} \frac{dx(t)}{dt} \frac{du_p(t)}{dt} + \frac{\partial \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial u_p} \frac{d^2 u_p(t)}{dt^2} \right\}, \quad (1.2)$$

где a_i , b_i — коэффициенты передаточной функции (1.1).

При некоторых допущениях, оправданных условиями практической реализации АС, полученное уравнение можно упростить. Действительно, предположим, что в области малых отклонений от стационарного режима сигнал параметрического управления $u_p(t)$ меняется медленно по сравнению с периодом колебаний, и введем «медленное» время $\tau = \varepsilon t$, $\varepsilon \ll 1$ [5], тогда выполняется:

$$\frac{du_p(t)}{dt} = \varepsilon \frac{du_p(\tau)}{d\tau}; \quad \frac{d^2 u_p(t)}{dt^2} = \varepsilon^2 \frac{d^2 u_p(\tau)}{d\tau^2}.$$

Наряду с этим допустим, что рабочая точка на нелинейной статической характеристике параметрического элемента выбрана таким образом, что она является абсциссой точки перегиба характеристики $\mathcal{F}_p(x, u_p)$, т. е. так, что выполняется условие

$$\frac{\partial^2 \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x^2} = 0.$$

Учитывая принятые допущения и пренебрегая в уравнении (1.2) членами порядка малости ε и ε^2 , после очевидных преобразований обобщенное дифференциальное уравнение УЗП получим в следующей форме:

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = -\omega_s h [\Phi_0(x, u_p) \dot{x} + \Phi_1(x, u_p) x], \quad (1.3)$$

где

$$\omega_s = (b_0/b_2)^{0,5}; \quad h = a_1/\omega_s; \quad \mathcal{F}_n(x, u_p) = \mathcal{F}_p(x, u_p)/x;$$

$$\Phi_0(x, u_p) = \frac{\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)}{b_2 - a_2 \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)};$$

$$\varphi(\rho, \sigma) = b_1/a_1 = \{ |W_0(j\omega_s, \rho, \sigma)| \}^{-1};$$

$$\Phi_1(x, u_p) = \frac{a_2 b_0 \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p) - a_0 b_2 \mathcal{F}_n(x, u_p)}{a_1 b_2 [b_2 - a_2 \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)]};$$

$$\dot{\mathcal{F}}_x^*(x, u_p) = \frac{\partial \mathcal{F}_p(x, u_p)}{\partial x}; \quad \ddot{x} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}; \quad \dot{x} = \frac{dx(t)}{dt}.$$

Требование малости нелинейных искажений в стационарном режиме и соответствующие этому требованию условия технической реализации УЗП позволяют ввести ограничение на величину действующих на консервативную систему возмущений и считать, что в малой области отклонений от стационарного режима на консервативное звено действуют малые по величине возмущения. В этом случае правая часть выражения (1.3) удовлетворяет условию

$$|\omega_s h [\Phi_0(x, u_p) \dot{x} + \Phi_1(x, u_p) x]| \ll 1$$

и для обобщенного дифференциального уравнения УЗП справедлива форма

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = \varepsilon \Phi(x, \dot{x}, \tau), \quad (1.4)$$

причем вид функций ω_s и $\Phi(x, \dot{x}, \tau)$ определяется конкретным типом ЛЧЗ и ПУ. Полученное нелинейное, нестационарное дифференциальное уравнение в дальнейшем используем как математическое описание УЗП, справедливое в рамках принятых ограничений. В табл. 1.1 приведены примеры наиболее распространенных колебательных звеньев с параметрическим управлением и соответствующие им уравнения.

Для определения математической модели УЗПС (рис. 1.19) обозначим передаточную функцию ЛЧЗ по входу $y(t)$, как и ранее, через

$$W_0(s, \rho, \sigma) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{N(s, \rho, \sigma)}{D(s, \rho, \sigma)}$$

при $u_c(t) = 0$, а по входу $u_c(t)$

$$W_u(s, \rho, \sigma) = \frac{x(s)}{u_c(s)} = \frac{L(s, \rho, \sigma)}{M(s, \rho, \sigma)}$$

при $y(t) = 0$, причем порядок полинома числителя l передаточной функции $W_u(s, \rho, \sigma)$ связан с порядком полинома знаменателя k условием $l \leq k$. Ограничивая рассмотрение схемами ЛЧЗ второго порядка, дифференциальное уравнение звена можно получить в виде

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = -\omega_s h [\Phi_0(x, u_p) \dot{x} + \Phi_1(x, u_p) x - e(t)], \quad (1.5)$$

* В дальнейшем точка над обозначением функции означает производную по соответствующему параметру, указанному в индексе.

Таблица 1.1

Номер п. п.	Схема	Уравнение
1		$\ddot{x} + \omega_s^2(\rho, \sigma) x =$ $= -\omega_s(\rho, \sigma) h(\rho, \sigma) [\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)] \dot{x}.$ $\omega_s(\rho, \sigma) = [T_3 \sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}]^{-1}; \quad \sigma = \Delta C/C_0;$ $\rho = \Delta R/R_0;$ $h(\rho, \sigma) = (1+\rho)/[\sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}], \quad T_3 = R_0 C_0;$ $\varphi(\rho, \sigma) = (3+2\rho+\sigma\rho+\sigma)/(1+\rho);$ $\Phi_1(x, u_p) \equiv 0$
2		$\ddot{x} + \omega_s^2(\rho, \sigma) x =$ $= -\omega_s(\rho, \sigma) h(\rho, \sigma) \left[\frac{\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)}{1 - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)} \right] \dot{x}$ $\omega_s(\rho, \sigma) = [T_3 \sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}]^{-1}; \quad \sigma = \Delta C/C_0;$ $\rho = \Delta R/R_0;$ $h(\rho, \sigma) = (2+\rho\sigma+2\rho+\sigma)/[\sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}];$ $T_3 = R_0 C_0;$ $\varphi(\rho, \sigma) = (3+2\rho+\sigma\rho+2\sigma)/(2+2\rho+\sigma\rho+\sigma);$ $\Phi_1(x, u_p) = 0$
3		$\ddot{x} + \omega_s^2(\rho, \sigma) x =$ $= -\omega_s(\rho, \sigma) h(\rho, \sigma) \left[\frac{\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)}{k_2 - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)} \right] \dot{x};$ $R_3 = R_2; \quad k_3 = 1 + \sigma_y; \quad \sigma_y = 1/k_{y2} \ll 1;$ $\omega_s(\rho, \sigma) = 1/[T_3 \sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)}]; \quad k_1 = R_3/R_2;$ $h(\rho, \sigma) = [(1+\rho)(1+\sigma)]/\sqrt{(1+\rho)(1+\sigma)};$ $\Phi_1(x, u_p) \equiv 0;$ $\varphi(\rho, \sigma) =$ $= [k_3(2+\rho+\sigma+\sigma\rho) - (k_1+1)]/(2+\rho+\sigma+\rho\sigma);$ $T_3 = R_0 C_0$
4		$\ddot{x} + \omega_s^2(\rho, \sigma) x =$ $= -\omega_s(\rho, \sigma) h(\rho, \sigma) [\varphi(\rho, \sigma) - \dot{\mathcal{F}}_x(x, u_p)] \dot{x};$ $\omega_s(\rho, \sigma) = \frac{1}{T_3} \sqrt{\frac{k_3 k_4}{(1+\rho)(1+\sigma)(1+k_2)}};$ $\varphi(\rho, \sigma) = k_2;$ $h(\rho, \sigma) = \frac{1}{1+k_2} \sqrt{\frac{(1+\rho)(1+\sigma)(1+k_2)}{k_5 k_4}};$ $k_5 = \frac{R_3}{R_2};$ $k_4 = R_3/R_4; \quad T_3 = R_0 C_0$

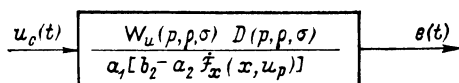


Рис. 1.21. Формирование приведенного сигнала координатного управления

$u_c(t)$ поясняется структурной схемой (рис. 1.21), где $W_u(s, \rho, \sigma)$ и $D(s, \rho, \sigma)$ — известные выражения при $s = p = d/dt$.

Полагая, как и прежде, что в области малых отклонений от стационарного режима сигнал параметрического управления $u_p(t)$ есть функция «медленного» времени τ , с учетом принятых ограничений обобщенное дифференциальное уравнение УЗПС примет вид

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = \varepsilon \Phi(x, \dot{x}, \tau, t). \quad (1.6)$$

Сложившиеся к настоящему времени методы анализа динамических и статических режимов генераторов условно разделимы на две основные группы: методы, основанные на прямом решении нелинейных дифференциальных уравнений, и методы исследования, развиваемые в теории управления.

В первом случае, при свертывании математического описания отдельных блоков, приходим к существенно нелинейной системе, или одному нелинейному уравнению вида

$$\dot{x}(t) = \mathcal{F}\{x, \dot{x}, \dots, \overset{n}{x}, t\},$$

где $\mathcal{F}\{\}$ — некоторый нелинейный, нестационарный оператор. Решение этого класса уравнений в замкнутом виде разработано только для простейших форм, свести к которым описание САС в большинстве случаев не удастся. Поэтому наиболее распространенным способом исследования в рамках этого направления является использование разностных схем [15] решения с применением ЭВМ, не позволяющих выявить скрытые взаимосвязи между параметрами или требующих разработки специализированных программ и значительных затрат машинного времени.

Более эффективным является второе направление [13, 16, 35, 37, 38, 41], позволяющее использовать для анализа и синтеза генераторов известные и хорошо разработанные методы теории управления.

ГЛАВА ВТОРАЯ

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ

2.1. Колебательное звено с параметрическим управлением

В гл. 1 математическое описание УКЗ получено в виде нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений второго порядка. В настоящее время не существует математических мето-

дов, позволяющих получить точное решение этого класса уравнений в замкнутой форме. Использование средств вычислительной техники дает возможность решить задачу с заданной точностью, однако в ряде случаев особенности численных методов решения не позволяют выяснить многие тонкие свойства решений нелинейных уравнений или требуют для этого значительных затрат машинного времени.

В то же время существуют методы приближенного решения уравнений этого класса, основанные на использовании малых параметров уравнений [4—6, 24]. Приближенные методы, справедливые либо на ограниченном, либо на бесконечном интервалах изменения независимых переменных, позволяют определить условия существования периодических решений, поведения системы вблизи точки устойчивого равновесия и другие особенности решения.

В последнее время разновидности этих методов, имеющих различные наименования и технику решения, объединены общим термином «методы возмущений» и получили ясную методологическую основу, базирующуюся на теории асимптотических разложений [24]. При этом выделено два основных подхода к поиску решения нелинейных уравнений.

Первый из них заключается в выделении возмущения по параметру. Пусть $L[x, u(x, \varepsilon)] = 0$ — нелинейное дифференциальное уравнение, где $u(x, \varepsilon)$ — функция скалярной или векторной переменной x , ε — некоторый параметр. Сущность метода заключается в том, что если существует такое значение $\varepsilon = \varepsilon_0$, при котором уравнение решается точно (или просто), то для малых отклонений ε от ε_0 решение ищется в виде

$$u(x, \varepsilon) = u_0(x) + \varepsilon u_1(x) + \varepsilon^2 u_2(x) + \dots$$

Подставляя разложение $u(x, \varepsilon)$ в исходное уравнение, раскладываем его в степенной ряд в окрестности ε_0 и, группируя по степеням ε , получаем систему уравнений. Поскольку степенная последовательность ε^n линейно независима, а система уравнений должна удовлетворяться для всех значений ε , то, приравнявая коэффициенты при ε^n нулю, получим возможность определения исходных функций $u_i(x)$.

Во втором случае для отыскания решения выделяется возмущение по координате. Пусть $L(x, u) = 0$ — дифференциальное уравнение с граничным условием $B(u) = 0$, где x — скаляр, и пусть известен вид решения u_0 при $x = x_0$. Тогда можно найти отклонение функции u от u_0 для возмущений x , близких к x_0 , раскладывая это отклонение по степеням x при $x_0 = 0$ или по степеням $1/x$ при $x_0 \rightarrow \infty$.

Учитывая наличие в полученном уравнении УКЗ малого параметра ε , а также то, что при $\varepsilon = 0$ уравнение имеет точное решение $x(t) = a_0 \cos \omega_0 t$, для поиска приближенного решения при $\varepsilon \ll 1$ целесообразно использовать первый из рассмотренных подходов.

В рамках этого подхода существуют различные методы, основанные либо на почти тождественной замене координатной системы с последующим асимптотическим разложением, либо на почти тождественном преобразовании независимой переменной. В зависимости от выбора преобразования и координатной системы можно получить либо равномерно пригодные асимптотические приближения решений, т. е. справедливые в неограниченной области изменения независимой переменной, либо неравномерно пригодные, аппроксимирующие решения с достаточной точностью только в малой области изменений независимой переменной. Характерным примером последнего является метод Пуассона [4], который приводит к появлению в решении так называемых вековых членов вида t^n , где t — независимая переменная. Очевидно, что при $t \rightarrow \infty$ точность приближения быстро падает.

В рассматриваемом случае, когда необходимо получить математическую модель УКЗ как объекта регулирования, выходными параметрами которого являются амплитуда и частота, а входными — сигналы параметрического и сигнального управления, целесообразно использовать методы усреднения. Основной особенностью этих методов является переход к новой координатной системе, переменными в которой являются огибающая $a(t)$ и фаза $\psi(t)$ периодического решения $x(t) = a(t) \cos \psi(t)$.

Для исследования основных свойств решения обобщенного дифференциального уравнения УЗП

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = \varepsilon \Phi(\tau, x, \dot{x}) \quad (2.1)$$

используем асимптотический метод [5]. В соответствии с этим методом решение (2.1) представим в виде разложения по степеням малого параметра ε , ограничившись улучшенным первым приближением: $x(t) = a(t) \cos \psi(t) + \varepsilon u_1(\tau, a, \psi)$, где $u_1(\tau, a, \psi)$ — периодическая функция угла ψ с периодом 2π ; величины $a(t)$ и $\psi(t)$ как функции времени определяются системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{da(t)}{dt} = \varepsilon A_1(\tau, a); \\ \dot{\psi} = \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_s + \varepsilon B_1(\tau, a), \end{cases} \quad (2.2)$$

а $A_1(\tau, a)$, $B_1(\tau, a)$ и $u_1(\tau, a, \psi)$ — искомые функции.

В качестве дополнительных условий потребуем выполнения

$$\int_0^{2\pi} u_1(\tau, a, \psi) \cos \psi d\psi = 0; \quad \int_0^{2\pi} u_1(\tau, a, \psi) \sin \psi d\psi = 0,$$

что равносильно отсутствию первой гармоники в выражении для $u_1(\tau, a, \psi)$.

На основании (2.1), (2.2) и с учетом дополнительных условий после известных преобразований найдем выражения для искоемых функций:

$$\begin{cases} u_1(\tau, a, \psi) = \frac{1}{2\pi\omega_s^2} \sum_{n \neq \pm 1} \frac{e^{jn\psi}}{1-n^2} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) e^{-jn\psi} d\psi; \\ A_1(\tau, a) = -\frac{1}{2\pi\omega_s} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \sin \psi d\psi; \\ B_1(\tau, a) = -\frac{1}{2\pi\omega_s a} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \cos \psi d\psi, \end{cases} \quad (2.3)$$

здесь

$$\Phi_s(\tau, a, \psi) = \Phi[u_p(\tau), a \cos \psi, -a\omega \sin \psi].$$

В результате получим укороченные уравнения первого приближения, удовлетворяющие рассматриваемому уравнению с точ-

ностью до ε^2 :

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\varepsilon}{2\pi\omega_s} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \sin \psi d\psi; \\ \dot{\psi} = \omega_s = -\frac{\varepsilon}{2\pi a\omega_s} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \cos \psi d\psi, \end{cases} \quad (2.4)$$

и позволяющие определить координаты стационарного режима.

Определим стационарный режим управляемого колебательного звена как процесс с неизменной амплитудой и частотой колебаний $x_0(t) = a_0 \cos \omega_0 t$, для чего необходимо выполнение условий

$$\begin{cases} \dot{a} = 0 & \text{при } a_0 \neq 0; \\ \omega_0 = \dot{\psi}(t) = \text{const.} \end{cases} \quad (2.5)$$

На основании (2.4) и (2.5) получим выражения для определения параметров стационарного режима a_0 и ω_0 :

$$\begin{cases} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \sin \psi d\psi = 0; \\ \frac{\varepsilon}{2\pi a\omega_s} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, a, \psi) \cos \psi d\psi = \text{const.} \end{cases}$$

Полагая, что существует, по крайней мере, одна точка стационарного режима с $a_0 \neq 0$, ω_0 и учитывая естественные избирательные свойства линейной части УЗП $W_0(s, \rho, \sigma)$, удовлетворяющие условиям фильтра [7], введем коэффициенты гармонической линеаризации элемента $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ по сигнальному входу, которые с учетом выражения для $x(t)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} q(a, u_p) &= \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} \mathcal{F}_p(a_0 \cos \omega_0 t, u_p) \sin \psi d\psi; \\ q'(a, u_p) &= \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} \mathcal{F}_p(a_0 \cos \omega_0 t, u_p) \cos \psi d\psi. \end{aligned}$$

Ограничивая класс рассматриваемых нелинейностей монотонными, однозначными, нечетно-симметричными функциями относительно $x(t)$, что оправдано условиями практической реализации активных элементов генераторов, получим $q'(a, u_p) \equiv 0$.

В соответствии с уравнением (1.3) в выражение $\varepsilon\Phi(\tau, x, \dot{x})$ уравнения (2.1) входит приведенная нелинейность $\mathcal{F}_x(x, u_p)$. Заменяя ее на коэффициент гармонической линеаризации $q(a, u_p)$ и подставляя в (2.3) полное выражение для $\varepsilon\Phi_s(\tau, a, \psi)$ в виде $\varepsilon\Phi_s(\tau, a, \psi) = -\omega_s h \{ \Phi_1[q(a, u_p)] a \cos \psi - a \omega \sin \psi \Phi_0[q(a, u_p)] \}$,

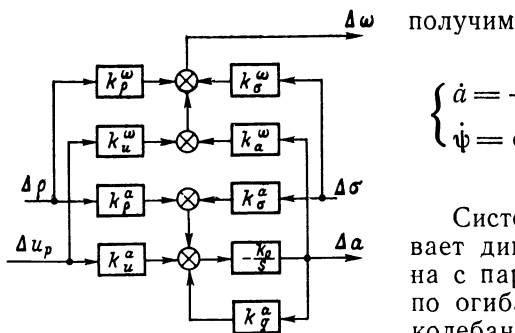


Рис. 2.1. Линейная модель колебательного звена с параметрическим управлением

$$\begin{cases} \dot{a} = -0,5a\omega_s h \Phi_0 [q(a, u_p)]; \\ \dot{\psi} = \omega_s + 0,5h \Phi_1 [q(a, u_p)]. \end{cases} \quad (2.7)$$

Система уравнений (2.7) описывает динамику колебательного звена с параметрическим управлением по огибающей и частоте выходных колебаний.

Для малых отклонений огибающей $\Delta a(t) = a(t) - a_0$ и частоты $\Delta \omega(t) = \omega(t) - \omega_0$ от стационарного режима с точностью до величин второго порядка малости справедливы разложения:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta a(t)}{dt} = & -\frac{a_0 \omega_s h}{2} \left\{ \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a} \Delta a + \right. \\ & + \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial u_p} \Delta u_p + \\ & \left. + \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial \sigma} \Delta \sigma \right\}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta \omega(t) = & \frac{h}{2} \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial q} \left[\frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial u_p} \Delta u_p \right] + \\ & + \left[\frac{\partial \omega_s}{\partial \rho} + \frac{1}{2} \Phi_1 [q(a, u_p)] \frac{\partial h}{\partial \rho} + \frac{1}{2} h \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial \rho} \right] \Delta \rho + \\ & + \left[\frac{\partial \omega_s}{\partial \sigma} + \frac{1}{2} \Phi_1 [q(a, u_p)] \frac{\partial h}{\partial \sigma} + \frac{1}{2} h \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial \sigma} \right] \Delta \sigma, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $h = h(\rho, \sigma)$, $\omega_s = \omega_s(\rho, \sigma)$ — значения соответствующих функций в точке стационарного режима.

Система уравнений (2.8), (2.9) является математической моделью УЗП по огибающей и частоте выходных колебаний, справедливой в области малых и медленных отклонений от стационарного режима.

На рис. 2.1 приведена структурная схема модели УЗП как объекта регулирования с параметрическим входом $u_p(t)$ и выходными координатами — амплитудой $a(t)$ и частотой $\omega(t)$, полученная преобразованием Лапласа (2.8) и (2.9). На рисунке и в дальнейшем изложении приняты обозначения:

$$\begin{aligned} k_p^\omega &= \frac{\partial \omega_s}{\partial \rho} + \frac{1}{2} \left[\Phi_1 [q(a, u_p)] \frac{\partial h}{\partial \rho} + h \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial \rho} \right]; \\ k_\sigma^\omega &= \frac{\partial \omega_s}{\partial \sigma} + \frac{1}{2} \left[\Phi_1 [q(a, u_p)] \frac{\partial h}{\partial \sigma} + h \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial \sigma} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_u^a &= \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial u_p} h; & k_p^a &= \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial p} h; \\
k_q^a &= \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a} h; & k_\sigma^a &= \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial \sigma} h; \\
k_0 &= \frac{a_0}{2T_s}; & k_u^\omega &= \frac{h}{2} \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial u_p}; & T_s &= \frac{1}{\omega_s}; \\
k_a^\omega &= \frac{h}{2} \frac{\partial \Phi_1 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a}; & \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} &= \dot{\Phi}_{0q}; \\
\frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a} &= \dot{q}_a; & \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial u_p} &= \dot{q}_u; & \frac{du_p}{d\tau} &= \dot{u}_{p\tau}.
\end{aligned}$$

Полученная математическая модель и соответствующая ей структурная схема раскрывают взаимосвязь между стабильностью амплитуды и уровнем нелинейных искажений выходного сигнала при ограничении амплитуды колебаний статической нелинейностью элемента $\mathcal{F}_p(x, u_p)$, т. е. при $u_p = \text{const}$ и $\dot{u}_{p\tau} = 0$. В этом случае стабильность выходных колебаний определяется степенью устойчивости тривиального решения уравнения (2.8), т. е. корнем характеристического уравнения,

$$\lambda = \frac{a_0 \omega_s h}{2} \frac{\partial \Phi_0 [q(a, u_p)]}{\partial q} \frac{\partial q(a, u_p)}{\partial a} = k_0 k_q^a,$$

где знак и модуль производной $\dot{\Phi}_{0q}$ в точке стационарного режима определяются структурой ЛЧЗ, а вид и крутизна нелинейности $\mathcal{F}_p(x, u_p)$ определяют значение \dot{q}_a . Следовательно, при выбранной структуре ЛЧЗ устойчивость и степень устойчивости колебаний зависят от крутизны $q(a, u_p)$ в рабочей точке. Очевидно, что требование стабильности амплитуды и малости нелинейных искажений оказывается противоречивым, так как увеличение стабильности за счет роста крутизны $q(a, u_p)$ в рабочей точке ведет к увеличению коэффициента гармоник.

Учитывая, что параметры ρ и σ характеризуют асимметрию ЛЧЗ, уточним их влияние на значение корня λ , а следовательно, на стабильность амплитуды при ее стабилизации безынерционными нелинейными элементами. Полагая $\dot{q}_a a_0 = \text{const}$, $\omega_0 = \text{const}$, для АС с ЛЧЗ (рис. 1.5, а) получим

$$\dot{\Phi}_{0q} \Big|_{q=q_0=\varphi(\rho, \sigma)} = \frac{1}{T_s(1+\sigma)},$$

т. е. при заданной крутизне $q(a, u_p)$ стабильность амплитуды имеет максимальное значение при $\sigma = 0$ и уменьшается при увеличении асимметрии ЛЧЗ, что объясняется уменьшением крутизны фазовой и амплитудной характеристик цепи.

В табл. 2.1 приведены укороченные уравнения первого приближения некоторых структур УЗП, приведенных в табл. 1.1, и выражения $\dot{\Phi}_{0q}$. Там же помещены графики зависимости $\dot{\Phi}_{0q}$ от параметров ρ и σ , позволяющие сравнить структуры по достижимой стабильности амплитуды при одинаковом значении \dot{q}_a .

Наряду с исследованием взаимосвязи между стабильностью амплитуды и нелинейными искажениями при стабилизации БНЭ

Номер пп.	График $\dot{\Phi}_{0q} = F(\rho, \sigma)$; $T_3 = 1$	Укороченные уравнения	Выражения для $\dot{\Phi}_{0q}$
1		$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{a\omega_s h}{2} [\varphi_B(\rho, \sigma) - q(a, u_p)]; \\ \dot{\psi} = \omega_s; \end{cases}$ $\Phi_{01}(\rho, \sigma, q) \equiv 0$	$\left. \frac{\partial \Phi_0(\rho, \sigma, q)}{\partial q} \right _{q=q_0} = -\frac{1}{T_3(1+\sigma)} = \omega_s h$
2		$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{a\omega_s h}{2} \left[\frac{\varphi(\rho, \sigma) - q(a, u_p)}{1 - q(a, u_p)} \right]; \\ \dot{\psi} = \omega_s; \end{cases}$ $\Phi_1(\rho, \sigma, q) \equiv 0$	$\left. \frac{\partial \Phi_0(\rho, \sigma, q)}{\partial q} \right _{q=q_0} = -\frac{(2+\sigma)^2(1+\rho)}{T_3(1+\sigma)^2}$
3		$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{a\omega_s h}{2} \left[\frac{\varphi(\rho, \sigma) - q(a, u_p)}{k_3 - q(a, u_p)} \right]; \\ \dot{\psi} = \omega_s; \end{cases}$ $\Phi_1(\rho, \sigma, q) \equiv 0$	$\left. \frac{\partial \Phi_0(\rho, \sigma, q)}{\partial q} \right _{q=q_0} = -\frac{(2+\sigma)^2}{T_3(k+1)(1+\sigma)^2}$

Из структурной схемы звена (рис. 2.1) следует, что при выбранном ЛЧЗ, определяющем значение и знак Φ_{0q} , аналогом колебательного звена как объекта регулирования по огибающей может быть:

$$W_3(s) = \frac{a(s)}{u_n(s)} = \frac{k_3}{T_3 s + 1} \text{ при } \dot{q}_a > 0; \dot{\Phi}_{0q} > 0; \quad (2.10)$$
$$W_3(s) = k_3 / (T_3 s - 1) \quad \text{при } \dot{q}_a < 0; \dot{\Phi}_{0a} > 0; \quad (2.11)$$
$$W_3(s) = k_3/s \text{ при } \dot{q}_a = 0. \quad (2.12)$$
$$\mathcal{F}_p(x, u_p) = k_1 x + k_2 x u_p$$

Использование системы регулирования (рис. 2.2) позволяет сформировать управляющее воздействие $u_p(t)$ на основе информации об огибающей, получаемой от измерителя $W_{и.п}(s)$. В этом случае для безынерционных регулятора и измерителя корень характеристического уравнения (2.8)

$$\lambda = \frac{\omega_s a}{2} \left(k_q^a + k_u^a \frac{du_p}{da} \right)$$

В стационарном режиме сигнал управления $u_p(t)$ кроме постоянной

составляющей может содержать гармонические составляющие u_{pk} , частота которых ω_k связана с частотой выходных колебаний ω_0 соотношением

$$\omega_k = k\omega_0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Для исследования влияния спектрального состава $u_p(t)$ на решение $x(t)$ уравнения (2.1) представим функции $\Phi_0(\tau, x, \dot{x})$ и $\Phi_1(\tau, x, \dot{x})$ в форме

$$\Phi_0(\tau, x, \dot{x}) = \Phi_{00}(u_m) + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{0k}(u_m) \cos(k\psi + \varphi_{0k})$$

и

$$\Phi_1(\tau, x, \dot{x}) = \Phi_{10}(u_m) + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{1k}(u_m) \cos(k\psi + \varphi_{1k}),$$

где $u_m = \sup_T u_p(t)$, $T = 2\pi/\omega_s$.

Подставив последние выражения в (2.6) для правой части уравнения (2.1), получим:

$$\begin{aligned} e\Phi_s(\tau, a\psi) = \omega_s^2 ha(t) & \left[\Phi_{00}(u_m) \sin \psi + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{0k}(u_m) \cos(k\psi + \right. \\ & \left. + \varphi_{0k}) \sin \psi \right] + \omega_s ha(t) \left[\Phi_{10}(u_m) \cos \psi + \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{1k}(u_m) \times \right. \\ & \left. \times \cos(k\psi + \varphi_{1k}) \cos \psi \right]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

На основании полученного выражения и (2.4) уравнения первого приближения примут вид

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\omega_s ha}{2} \left[\Phi_{00}(u_m) - \frac{\Phi_{02}(u_m) \cos \varphi_{02}}{2} - \frac{\Phi_{12}(u_m) \sin \varphi_{12}}{2\omega_s} \right]; \\ \omega = \dot{\psi} = \omega_s + \frac{h}{2} \left[\Phi_{10}(u_m) + \frac{\omega_s}{2} \Phi_{02}(u_m) \sin \varphi_{02} + \frac{\Phi_{12}(u_m) \cos \varphi_{12}}{2} \right]. \end{cases}$$

В наиболее распространенном случае, когда $\Phi_1(\tau, x, \dot{x}) \equiv 0$, имеем

$$\begin{cases} \dot{a} = -0,5\omega_s ha [\Phi_{00}(u_m) - 0,5\Phi_{02}(u_m) \cos \varphi_{02}]; \\ \omega = \dot{\psi} = \omega_s + 0,25\omega_s h \Phi_{02}(u_m) \sin \varphi_{02}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Из выражений (2.14) следует, что параметры стационарного режима определяются не только постоянной составляющей сигнала управления, но и его второй гармоникой, так как условие существования колебаний в этом случае имеет вид

$$\Phi_{00}(u_m) - 0,5\Phi_{02}(u_m) \cos \varphi_{02} = 0, \quad (2.15)$$

а частота определяется зависимостью

$$\omega_0 = \omega_s [1 + 0,25h\Phi_{02}(u_m) \sin \varphi_{02}]. \quad (2.16)$$

Выражение для поправочного члена $\epsilon u_1'(\tau, a, \psi)$, характеризующего высшие гармоники выходного сигнала $x(t)$, обусловленные спектром сигнала управления, найдем на основании (2.13) и (2.3):

$$\begin{aligned} \epsilon u_1(\tau, a, \psi) = & -0,25a_0\Gamma_1 h + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_0 h \Gamma_n \cos(n\psi - \alpha_n^0)}{2(1-n^2)} - \\ & - \frac{a_0 h}{2\omega_s} \Pi_1 + \frac{a_0 h}{6\omega_s} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Pi_n \cos(n\psi - \alpha_n^1)}{(1-n^2)}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \Phi_{01}(u_m) \cos \varphi_{01}; \quad \alpha_n^0 = \Phi_{0n}(u_m) \cos \varphi_{0n}; \\ b_n^0 &= \Phi_{0n}(u_m) \sin \varphi_{0n}; \quad \alpha_n^1 = \Phi_{1n}(u_m) \cos \varphi_{1n}; \\ b_n^1 &= \Phi_{1n}(u_m) \sin \varphi_{1n}; \quad \Pi_1 = \Phi_{11}(u_m) \cos \varphi_{11}; \\ \Gamma_n &= \sqrt{(a_{n-1}^0 - a_{n+1}^0)^2 + (b_{n-1}^0 - b_{n+1}^0)^2}; \\ \Pi_n &= \sqrt{(a_{n-1}^1 - a_{n+1}^1)^2 + (b_{n-1}^1 - b_{n+1}^1)^2}; \\ \alpha_n^0 &= \text{arctg} [(a_{n-1}^0 - a_{n+1}^0)/(b_{n-1}^0 - b_{n+1}^0)]; \\ \alpha_n^1 &= \text{arctg} [(a_{n-1}^1 - a_{n+1}^1)/(b_{n-1}^1 - b_{n+1}^1)]. \end{aligned}$$

Анализируя (2.17), заметим, что первая гармоника $\Phi_{01}(u_m)$ сигнала управления порождает постоянную составляющую на выходе колебательного звена, а комбинации четных гармоник $u_p(t)$ — нечетные гармоники выходного сигнала $x(t)$.

Полученные модели позволяют провести анализ как динамических, так и статических характеристик различных колебательных звеньев с учетом нелинейностей основного контура и спектра сигнала параметрического управления.

2.2. Колебательное звено с параметрическим и сигнальным управлением

Исследование общих свойств УЗПС проведем с учетом изложенного в § 1.5, где математическое описание звена получено в виде нелинейного нестационарного уравнения

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = \epsilon \Phi(\tau, x, \dot{x}, t). \quad (2.18)$$

Рассматривая наиболее интересный с практической точки зрения случай генерирования колебаний с малыми нелинейными искажениями и учитывая результаты предыдущего параграфа, введем ограничения на класс исследуемых функций $\epsilon \Phi(\tau, x, \dot{x}, t)$ и нелинейностей $\mathcal{F}_p(x, u_p)$:

$$\Phi_1(\tau, x, \dot{x}) \equiv 0; \quad \dot{q}_a(a, u_p) \equiv 0.$$

Допустим также, что сигнал координатного управления $u_c(t)$ является периодической функцией времени и удовлетворяет усло-

виям Дирихле на периоде колебаний $T = 2\pi/\omega_0$; тогда для приведенного сигнала координатного управления $e(t)$, используемого в (1.5), справедливо разложение

$$e(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [a_{ck}(\tau) \cos kv\tau + b_{ck}(\tau) \sin kv\tau]. \quad (2.19)$$

Учитывая принятые ограничения и разложение (2.19), обобщенное уравнение УЗПС может быть записано в следующей форме:

$$\ddot{x} + \omega_s^2 x = -\omega_s h [\Phi_0(\tau) \dot{x} - e(t)] = \varepsilon \Phi(v\tau, \tau, \dot{x}), \quad (2.20)$$

причем функция $\varepsilon \Phi(v\tau, \tau, \dot{x})$ — периодическая по отношению к аргументу $v\tau$ с периодом 2π .

В соответствии с изложенным в работе [5] методом решение (2.20) будем искать в виде разложения по степеням малого параметра ε , ограничиваясь улучшенным первым приближением $x(t) = a(t) \cos(vt + \psi) + \varepsilon u_1(\tau, a, \psi, vt)$, где функция $\varepsilon u_1(\tau, a, \psi, vt)$ — периодическая по обоим угловым переменным $\psi = vt + \psi$ и $v\tau$ с периодом 2π , а огибающая $a(t)$ и фаза $\psi(t)$ как функции времени определяются системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{da(t)}{dt} = \dot{a} = \varepsilon A_1(\tau, a, v); \\ \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v} = \omega - v + \varepsilon B_1(\tau, a, v). \end{cases} \quad (2.21)$$

При технической реализации САС с параметрическим и сигнальным управлением сигнал обратной связи сигнального управления $u_c(t)$ формируется из выходного сигнала УЗПС и поэтому частота первой гармоники приведенного сигнала $e(t)$ совпадает с частотой выходных колебаний $\omega = v$, тогда справедливо:

$$\begin{cases} \dot{a} = \varepsilon A_1(\tau, a, v); \\ \dot{v} = \varepsilon B_1(\tau, a, v). \end{cases} \quad (2.22)$$

После преобразований получим

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} + \omega_s^2 u_1 = \Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) + 2\omega A_1 \sin \psi + 2\omega a B_1 \cos \psi, \quad (2.23)$$

где $\Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) = \Phi[-a\omega \sin \psi, \tau, \omega t]$. Для определения искомых функций A_1 , B_1 и u_1 из (2.23) представим $u_1(\tau, a, \psi, \omega t)$ и $\Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t)$ в виде кратных конечных сумм Фурье:

$$\Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) = \sum_n \sum_m \Phi_{nm}^1(a) e^{j(n\omega t + m\psi)}, \quad (2.24)$$

где

$$\Phi_{nm}^1(a) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) e^{-j(nv + m\psi)} dv d\psi.$$

Подставив выражение (2.24) в (2.23) и приравняв коэффициенты при одинаковых гармонических слагаемых, получим иско-

мые функции в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} A_1(\tau, a, v) &= -\frac{1}{4\pi^2\omega_s} \sum_a e^{j\alpha v} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) e^{-j\alpha(\psi-v)} \times \\ &\quad \times \sin \psi \, dv \, d\psi; \\ B_1(\tau, a, v) &= -\frac{1}{4\pi^2\omega_s} \sum_a e^{j\alpha v} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) e^{-j\alpha(\psi-v)} \times \\ &\quad \times \cos \psi \, dv \, d\psi, \end{aligned} \right. \quad (2.25)$$

где суммирование проводится для всех значений α , при которых кратные интегралы (2.25) отличны от нуля. Поправочный член улучшенного первого приближения

$$u_1(a, \tau, \psi, \omega t) = \sum_n \sum_m u_{nm}^1(a) e^{j(n\omega t + m\psi)}, \quad (2.26)$$

где

$$u_{nm}^1(a) = \frac{\Phi_{nm}^1(a)}{\omega_s^2 - (n\omega_s + m\omega_s)^2}.$$

Учитывая, что выражение для $\Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t)$ имеет вид

$$\begin{aligned} e\Phi_s(\tau, \dot{x}, \omega t) &= \omega_s h \left\{ \Phi_0(\tau) a \omega \sin \psi - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{\infty} [a_{ck}(\tau) \cos k\omega t + b_{ck}(\tau) \sin k\omega t] \right\}, \end{aligned}$$

на основании (2.25) получим

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{a} &= -0,5a\omega_s h \Phi_0(\tau) + 0,5h[a_{c1}(\tau) \sin v - b_{c1}(\tau) \cos v]; \\ \dot{\psi} &= \omega_s + 0,5h[b_{c1}(\tau) \sin v - a_{c1}(\tau) \cos v]/a. \end{aligned} \right. \quad (2.27)$$

Система уравнений первого приближения (2.27) позволяет определить как параметры стационарного режима, так и процесс установления гармонических колебаний по огибающей и фазе выходного сигнала.

Проанализируем влияние сигнального управления $u_c(t)$ на параметры выходных колебаний $a(t)$ и $\psi(t)$. Прежде всего отметим, что в первом приближении на параметры колебаний УЗПС оказывает влияние только первая гармоника сигнала $e(t)$, а следовательно, параметры a_0 , ω_0 , v_0 стационарного режима $x_0(t) = a_0 \cos(\omega_0 t + v_0)$ определяются из условий:

$$\left\{ \begin{aligned} -a\omega_s \Phi_0(\tau) + a_{c1}(\tau) \sin v_0 + b_{c1}(\tau) \cos v_0 &= 0; \\ b_{c1}(\tau) \sin v_0 - a_{c1}(\tau) \cos v_0 &= \text{const.} \end{aligned} \right. \quad (2.28)$$

В системе (2.28) предполагается постоянство фазового сдвига v_0 между первой гармоникой сигнального управления $e(t)$ и выходным сигналом звена $x_0(t)$. Анализируя систему (2.28), заметим,

что при любом значении фазового сдвига вариации амплитуд синфазной $b_{c1}(\tau)$ и квадратурной $a_{c1}(\tau)$ составляющих сигнала $e(t)$ приводят к отклонению как амплитуды, так и частоты выходных колебаний. Следовательно, периодические сигналы произвольной формы нецелесообразно использовать для управления в УЗПС, так как управление по амплитуде приведет к появлению частотной погрешности.

Ограничивая сигналы $e(t)$ четными периодическими функциями, симметричными относительно временной оси, получим

$$e(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{ck}(\tau) \cos k\omega t, \quad (2.29)$$

тогда

$$\begin{cases} \dot{a} = 0,5h [a_{c1}(\tau) \sin v_0 - a\Phi_0(\tau) \omega_s]; \\ \dot{\psi} = \omega_s - 0,5ha_{c1}(\tau) \cos v_0/a, \end{cases} \quad (2.30)$$

а условия стационарного режима примут вид:

$$\begin{cases} a_{c1}(\tau) \sin v_0 - a\Phi_0(\tau) \omega_s = 0; \\ 0,5ha_{c1}(\tau) \cos v_0/a = \text{const}. \end{cases} \quad (2.31)$$

В этом случае для функции $\varepsilon u_1(\tau, a, \psi, \omega t)$, характеризующей высшие гармоники выходного сигнала, обусловленные спектральным составом сигнала управления $e(t)$, справедливо выражение

$$\varepsilon u_1(\tau, a, \psi, \omega t) = \frac{h}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{cn}(\tau) \cos n\omega t}{1 - n^2}. \quad (2.32)$$

Рассмотрим влияние фазового сдвига v_0 на свойства решения $x(t)$. Можно выделить три основных случая.

1. При $v_0 \neq n\pi/2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) имеем $\sin v_0 \neq 0$ и $\cos v_0 \neq 0$. Тогда из (2.30) следует, что при этих условиях управление первой гармоникой $a_{c1}(\tau)$ приводит к отклонениям как амплитуды, так и частоты выходных колебаний. Кроме того, частота колебаний становится зависимой от амплитуды генерируемого сигнала. Поэтому сигналы $e(t)$ с таким фазовым сдвигом непригодны для управления УЗПС с высокими метрологическими требованиями.

2. При $v_0 = \pm n\pi/2$ ($n = 0, 2, 4, 6, \dots$) с учетом (2.30) получим

$$\begin{cases} \dot{a} = -0,5h\omega_s\Phi_0(\tau)a; \\ \dot{\psi} = \omega_s + 0,5ha_{c1}(\tau)/a. \end{cases} \quad (2.33)$$

Очевидно, что при $v_0 = n\pi/2$, где $n = 0, 2, 4, 6, \dots$, звено имеет чисто параметрическое управление по огибающей, а сигнальное управление меняет частоту выходных колебаний.

3. При $v_0 = \pm n\pi/2$ ($n = 1, 3, 5, \dots$)

$$\begin{cases} \dot{a} = -0,5h\omega_s a\Phi_0(\tau) \pm 0,5ha_{c1}(\tau); \\ \dot{\psi} = \omega_s \end{cases} \quad (2.34)$$

Если $a_{c0} \neq 0$ и $\Phi_0^0 \neq 0$, но $a_{c0} = \omega_s a_0 \Phi_0^0$, то для выполнения равенства (2.36) необходимо обеспечить условие $\Phi_0^0 < 0$, так как амплитуда a_{c0} не может быть меньше нуля. Отсюда следует, что динамическим аналогом УЗПС в этом случае является неустойчивое апериодическое звено:

$$W_{з.н}(s) = -\frac{k_{э.н}}{T_{э.н}s - 1}; \quad k_{э.н} = \frac{a_0}{\Phi_0^0 h}; \quad T_{э.н} = \frac{2T_s}{\Phi_0^0 h}.$$

Следовательно, при построении практических систем стабилизации с использованием параметрического и сигнального управления амплитудой параметры системы должны выбираться таким образом, чтобы в стационарном режиме сигнал координатного управления был равен нулю.

2.3. Передаточные функции по огибающей управляемых колебательных звеньев

Исследование УЗП и УЗПС с помощью асимптотических методов позволило выявить важные свойства звеньев в области малых отклонений от стационарного решения, раскрыть связь между статической нелинейностью основного контура и динамическими характеристиками звена как объекта регулирования. В то же время естественные ограничения, присущие применяемым методам, не позволяют использовать полученные динамические модели во всей области возможных решений.

Для определения передаточной функции УКЗ, справедливой для произвольного класса входных воздействий, представим уравнение УЗПС в виде

$$\ddot{x} + \Phi(t) \omega_s \dot{x} + \omega_s^2 x = e(t) \quad (2.37)$$

или в форме Коши

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \omega_s y_2; \\ \dot{y}_2 = e(t)/\omega_s - \omega_s y_1 - \omega_s y_2 \Phi(t), \end{cases}$$

где $y_1 = x(t)$; $y_2 = \dot{x}(t)/\omega_s$.

Функция $\Phi(t)$ определяет временную зависимость затухания звена от параметрического управления $u_p(t)$, а функция $e(t)$ — приведенное сигнальное управление. Отметим, что в дальнейшем не накладывается требования медленных изменений $\Phi(t)$ на периоде колебаний, а следовательно, рассматривается класс произвольных входных воздействий в реальном времени t , ограниченных по абсолютной величине:

$$|\Phi(t)| \leq \varepsilon \Phi_m, \quad \varepsilon \ll 1, \quad \Phi_m = |\sup_t \Phi(t)|.$$

На основании результатов исследования, приведенных в § 2.1 и 2.2, потребуем также выполнения условий:

$$\begin{aligned} \dot{q}_a(a, u_p) &\equiv 0; \\ e(t) &= k_u(t) a \cos(\psi - \pi/2) = k_u(t) y_2, \end{aligned}$$

что соответствует рассмотрению управляемых линейных колебательных звеньев, в которых приведенное сигнальное управление

удовлетворяет условиям (2.34), так как этот случай практически наиболее интересен. Тогда

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \omega_s y_2; \\ \dot{y}_2 = -\omega_s y_1 - \omega_s y_2 \Phi_s(t), \end{cases}$$

здесь $\Phi_s(t) = \Phi(t) - k_u(t)/\omega_s$.

Выразив фазовую траекторию в полярных координатах a и ψ , получим

$$\begin{cases} \dot{a} = -a\omega_s\Phi_s(t)\sin^2\psi; \\ \dot{\psi} = \omega_s - 0,5\omega_s\Phi_s(t)\sin 2\psi, \end{cases} \quad (2.38)$$

где $y_1 = a(t)\cos\psi$; $y_2 = -a(t)\sin\psi$; $a = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$; $\psi = \omega_s t + \varphi(t)$, т. е. под амплитудой колебаний a будем понимать длину вектора $\{y_i\}$, соединяющего начало координат с изображающей точкой фазовой плоскости $[y_1, y_2]$.

Учитывая, что в первом приближении $\varphi(t) \equiv 0$, и полагая

$$a(t) = a_0 e^{v(t)}, \quad (2.39)$$

на основании условий (2.38) и (2.39) получим линейное нестационарное уравнение, описывающее динамику колебательного звена по огибающей выходных колебаний в плоскости $[t, v(t)]$:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \dot{v} = -0,5\Phi_s(t)(1 - \cos 2\omega_s t)\omega_s. \quad (2.40)$$

Зная весовую функцию $R_v(t, \lambda)$, можно найти реакцию системы $v(t)$ при произвольном входном воздействии $\Phi_s(t)$ на основании интеграла свертки:

$$v(t) = \int_0^t \Phi_s(\lambda) h_v(t, \lambda) d\lambda.$$

Исходя из определения весовой функции как реакции системы на сингулярную обобщенную функцию $\delta(t - \lambda)$ [30], можно записать

$$\frac{dh_v(t, \lambda)}{dt} = -0,5\delta(t - \lambda)(1 - \cos 2\omega_s t)\omega_s. \quad (2.41)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$h_v(t, \lambda) = 1(t - \lambda) h_{1v}(t, \lambda), \quad (2.42)$$

где $1(t - \lambda)$ — единичная ступенчатая функция, а $h_{1v}(t, \lambda)$ — непрерывная дифференцируемая функция при $t < \lambda$ и $h_{1v}(\lambda, \lambda) = h_{v0}$. Дифференцируя (2.42) по правилам дифференцирования обобщенных функций и подставляя результаты в (2.41), получим

$$\delta(t - \lambda) h_{v0} + 1(t - \lambda) \frac{dh_{1v}(t, \lambda)}{dt} = -\delta(t - \lambda) \omega_s (1 - \cos 2\omega_s \lambda) 0,5.$$

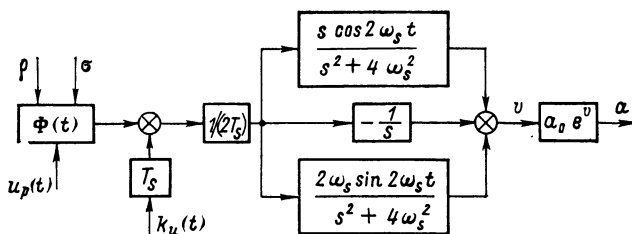


Рис. 2.4. Модель управляемого колебательного звена в непрерывном времени

Откуда

$$\begin{cases} \frac{dh_{1v}(t, \lambda)}{dt} = 0; \\ h_{v0} = 0,5\omega_s(1 - \cos 2\omega_s\lambda). \end{cases} \quad (2.43)$$

На основании выражений (2.43) и (2.42) получим

$$h_v(t, \lambda) = -0,5\omega_s 1(t - \lambda)(1 - \cos 2\omega_s\lambda). \quad (2.44)$$

Полученное выражение для весовой функции $h_v(t, \lambda)$ позволяет найти передаточную функцию УКЗ при воздействии $\Phi_s(t) = e^{st}$:

$$\begin{aligned} W_s(t, s) &= e^{-st} \int_{-\infty}^t e^{s\lambda} h_v(t, \lambda) d\lambda = \int_0^\infty e^{-s\tau} h_v(t, t - \tau) d\tau = \\ &= \mathcal{L}_\tau \{h_v(t, t - \tau)\}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

где $\tau = t - \lambda$; $\mathcal{L}\{\}$ — символ одностороннего преобразования Лапласа. В результате преобразования передаточная функция управляемого колебательного звена

$$W_s(t, s) = \frac{v(s)}{\Phi_s(s)} = -0,5\omega_s \left(\frac{1}{s} - \frac{s \cos 2\omega_s t}{s^2 + 4\omega_s^2} - \frac{2\omega_s \sin 2\omega_s t}{s^2 + 4\omega_s^2} \right). \quad (2.46)$$

Структурная схема, соответствующая периодически нестационарной передаточной функции (2.46), приведена на рис. 2.4.

Непосредственное использование этой передаточной функции для анализа динамики системы стабилизации возможно [30], однако сопряжено со значительными трудностями вычислительного характера и лишено «прозрачности» получаемых результатов в физическом смысле. Вместе с тем, учитывая, что выходной координатой рассматриваемой модели является огибающая, т. е. математическое понятие, а не физическая величина, поддающаяся прямым измерениям, удобно в дальнейшем использовать выражение (2.46) в дискретном времени $t^* = nT$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $T = 2\pi/\omega_s$, т. е. в моменты времени, когда колебания УКЗ достигают амплитудного значения. Тогда выражение (2.46) существенно упрощается:

$$W_s(s) = -\frac{\omega_s}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + 4\omega_s^2} \right). \quad (2.47)$$

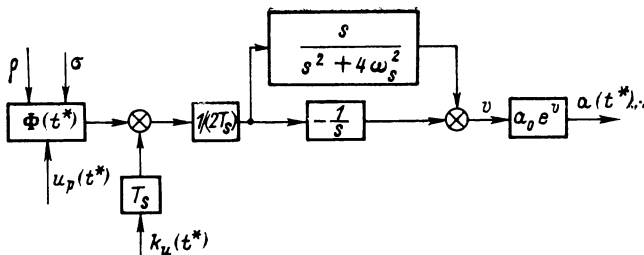


Рис. 2.5. Модель управляемого колебательного звена в дискретном времени

На рис. 2.5 приведена эквивалентная структурная схема колебательного звена в дискретном времени t^* . Необходимо отметить, что проведенный анализ справедлив для нулевых начальных условий, когда в стационарном режиме $\Phi(t) = 0$ и $k_u(t) = 0$.

Результаты настоящего параграфа хорошо согласуются с приближенными моделями, полученными на основе асимптотических методов в § 2.1 и 2.2. Параллельный канал в структурной схеме рис. 2.5 с передаточной функцией

$$W_n(s) = \frac{s}{s^2 + 4\omega_s^2}$$

отражает влияние второй гармоники в спектре сигнала параметрического управления на динамику решения и условие существования стационарного режима. Аналогичные выводы были получены в § 2.1 [см. выражения (2.14)–(2.16)].

Предлагаемые модели УКЗ (2.8), (2.36), (2.46) и (2.47) обладают тем преимуществом, что в них отклонения параметров колебательного звена приведены к эквивалентам в виде сигнальных переменных. Это позволяет подойти к проектированию этого класса динамических систем, основываясь на обычных методах теории автоматического регулирования.

2.4. Точность и стабильность генераторов с автоматической стабилизацией амплитуды

Колебательное звено генератора при работе находится под воздействием параметрических и сигнальных возмущений, основными из которых являются отклонения параметров ЛЧЗ ρ и σ , возникающие при перестройке частоты колебаний, температурном и временном дрейфе пассивных и активных элементов ЛЧЗ. Влияние возмущений проявляется в отклонениях амплитуды и частоты выходных колебаний от установленных значений. Для оценки стабильности амплитуды колебаний используем функцию чувствительности амплитуды к изменению затухания управляемого колебательного звена, т. е. к изменению правой части уравнения (2.1) или (2.18). Запишем функцию относительной чувствительности в виде

$$S_\Phi^a = \frac{da/a}{d\Phi(\tau, x, \dot{x})}. \quad (2.48)$$

Чувствительность амплитуды к изменению параметров ρ и σ

$$S_{\rho}^a = S_{\rho}^{\Phi} S_{\Phi}^a; \quad (2.49)$$

$$S_{\sigma}^a = S_{\sigma}^{\Phi} S_{\Phi}^a, \quad (2.50)$$

где S_{ρ}^{Φ} , S_{σ}^{Φ} — чувствительность правой части уравнений (2.1) и (2.18) к вариациям этих же параметров. Определим выражения для этих функций, учитывая, что в общем случае

$$\varepsilon\Phi(\tau, x, \dot{x}) = -\omega_s h [\Phi_0(\tau) \dot{x} + \Phi_1(\tau) x],$$

причем в стационарном режиме

$$\varepsilon\Phi(\tau, x, \dot{x}) = 0. \quad (2.51)$$

На основании (2.51), (2.50) и (2.49) получим:

$$S_{\rho}^{\Phi} = - \left[\frac{\partial \Phi_0(\tau)}{\partial \rho} + \frac{\partial \Phi_1(\tau)}{\partial \rho} \right] / \rho; \quad (2.52)$$

$$S_{\sigma}^{\Phi} = - \left[\frac{\partial \Phi_0(\tau)}{\partial \sigma} + \frac{\partial \Phi_1(\tau)}{\partial \sigma} \right] / \sigma. \quad (2.53)$$

Функцию чувствительности S_{Φ}^a определим из условия существования незатухающих колебаний (2.15): $\Phi_{00}(u_m) - 0,5\Phi_{02}(u_m)\cos\varphi_{02} = 0$. Так как значение u_m функционально связано с амплитудой колебаний, можно записать $\Phi_{00}(a_0) - 0,5\Phi_{02}(a_0)\cos\varphi_{02} = 0$. Пусть общее затухание изменилось на значение $d\Phi$, при этом после окончания переходного процесса установилось новое значение амплитуды $a = a_0 + da_0$, тогда, если пренебречь изменением фазового сдвига φ_{02} , имеем

$$d\Phi + \Phi_{00}(a_0 + da_0) - 0,5\Phi_{02}(a_0 + da_0)\cos\varphi_{02} = 0. \quad (2.54)$$

Из этого выражения находим

$$d\Phi + \frac{\partial \Phi_{00}(a_0)}{\partial a} da - 0,5 \frac{\partial \Phi_{02}(a_0)}{\partial a} da \cos\varphi_{02} = 0,$$

и окончательно получаем

$$S_{\Phi}^a = - \left\{ a_0 \left[\frac{\partial \Phi_{00}(a_0)}{\partial a} - 0,5 \frac{\partial \Phi_{02}(a_0)}{\partial a} \cos\varphi_{02} \right] \right\}^{-1}. \quad (2.55)$$

Выражения (2.55) и (2.54) могут быть использованы для оценки стабильности амплитуды в различных структурах одно-контурных САС с пропорциональным законом регулирования.

Рассмотрим возможности построения системы стабилизации амплитуды колебаний, инвариантной относительно управляющего и возмущающих воздействий. В связи с тем что измерение параметрических возмущений ρ и σ в процессе работы практически невозможно, целесообразно использовать принцип регулирования по отклонению. Тогда с учетом результатов настоящей главы структурную схему ГСС с САС в области малых отклонений от стационарного режима можно представить в виде, показанном на

рис. 2.6, где $W_3(s)$ — эквивалентная передаточная функция УКЗ по огибающей колебаний; $W_{н.п}(s) = k_{н.п}/(T_{н.п}s + 1)$ — передаточная функция измерителя-преобразователя; $W_p(s)$ — передаточная функция регулирующего устройства; $x_j(s)$ — параметрические возмущения, действующие на колебательное звено; $a(s)$ — изображение по Лапласу огибающей выходных колебаний; $u_0(s)$ — управляющее напряжение. В этом случае для изображения ошибки системы справедливо равенство

$$e_0(s) = \frac{u_0(s)}{1 + W(s)} + \sum_j \frac{W_j(s)}{1 + W(s)} W_{н.п}(s) x_j(s), \quad (2.56)$$

причем $W(s) = W_3(s) W_{н.п}(s) W_p(s)$ — передаточная функция разомкнутой системы; $W_j(s)$ — передаточная функция объекта регулирования по j -му возмущению. В общем случае $W(s) = \frac{k_H N(s)}{s^v D(s)}$,

где $v = 0, 1, 2, \dots$ — порядок астатизма системы; k_H — нормирующий множитель; $N(s)$ и $D(s)$ — некоторые полиномы по степеням s , причем степень m полинома $N(s)$ и степень n полинома $D(s)$ связаны соотношением $m \leq n$. С учетом свойств УКЗ как динамического объекта регулирования функция передачи по j -му возмущению имеет вид

$$W_{3j}(s) = k_j/s. \quad (2.57)$$

Используя выражения (2.57) и (2.56), получим

$$e_0(s) = \frac{s^v D(s) u_0(s)}{s^v D(s) + k_H N(s)} + \frac{s^{v-1} W_{н.п}(s)}{s^v D(s) + k_H N(s)} \sum_j k_j x_j(s). \quad (2.58)$$

На основании теоремы о предельном переходе

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_0(s)$$

для установившейся ошибки системы стабилизации справедливо выражение

$$e_{0y} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^v D(s) u_0}{s^v D(s) + k_H N(s)} + \sum_j \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{v-1} W_{н.п}(s) k_j}{s^v D(s) + k_H N(s)} x_{j0}, \quad (2.59)$$

где $x_{j0} = \text{const}$; $u_0 = \text{const}$.

Из этого выражения следует, что если астатизм системы определяется только передаточной функцией УКЗ ($v = 1$), то составляющая ошибки стабилизации по управлению

$$e'_{0y} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s D(s) u_0}{s D(s) + k_H N(s)} = 0$$

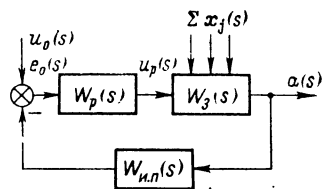


Рис. 2.6. Структурная схема стабилизации амплитуды колебаний

при $t \rightarrow \infty$. При этом составляющая ошибки, обусловленная параметрическим возмущением,

$$e''_{0y} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k_f W_{\text{и.п.}}(s)}{sD(s) + k_{\text{н}}N(s)} x_{j0} = \text{const}$$

принимает некоторое конечное значение. Действительно, из модели (рис. 2.1) видно, что колебательное звено как динамический объект является интегратором не только для отклонений сигнала управления $\Delta u_p(t)$, но и для возмущений $\Delta \rho$ и $\Delta \sigma$, которые неизбежно вносятся в процессе работы генератора, например, при перестройке частоты.

Допустим, что передаточная функция регулирующего устройства включает интегральную составляющую $W_p(s) = k_p/s$.

В этом случае для составляющих установившейся ошибки справедливы условия выражений:

$$e'_{0y} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 D(s) u_0}{s^2 D(s) + k_{\text{н}} N(s)} = 0;$$

$$e''_{0y} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s k_f W_{\text{и.п.}}(s)}{s^2 D(s) + k_{\text{н}} N(s)} x_{j0} = 0.$$

Следовательно, для обеспечения максимальной стабильности амплитуды колебаний система автоматической стабилизации должна быть астатической по отношению к возмущениям, т. е. закон регулирования должен включать в себя интегральную составляющую. При этом $\nu = 2$ и полностью исключается методическая погрешность системы стабилизации, а точность определяется только инструментальной погрешностью измерителя.

Однако простое увеличение порядка астатизма приводит к структурной неустойчивости системы, что следует из ее передаточной функции

$$W(s) = \frac{k_{\text{и.п.}} k_p k_z}{s^2 (T_{\text{и.п.}} s + 1)}, \quad (2.60)$$

где $T_{\text{и.п.}}$ и $k_{\text{и.п.}}$ — эквивалентная постоянная времени и коэффициент передачи измерителя-преобразователя; k_p , k_z — коэффициенты передачи регулирующего устройства и УЗ соответственно. Из (2.60) ясно, что реализация устойчивой системы невозможна без применения специальных коррекций.

Динамическая коррекция (ДК) может быть осуществлена с помощью звена безынерционной нелинейности, специально введенного в контур колебательного звена. В этом случае $\dot{q}_a(u_p, a) \neq 0$ и колебательное звено обладает собственным устойчивым предельным циклом. При этом его динамическим аналогом по огибающей колебаний является нелинейное апериодическое звено с передаточной функцией

$$W_{\text{з.н.}}(s) = \frac{k_{\text{з.н.}}}{T_{\text{з.н.}} s + 1}, \quad (2.61)$$

где $T_{\text{з.н.}} = 2T_s/(a_0 k_{\text{н.к}})$; $k_{\text{з.н.}} = 1/k_{\text{н.к}}$; $k_{\text{н.к}} = \dot{\Phi}_{0q} \dot{q}_a|_{a=a_0}$,

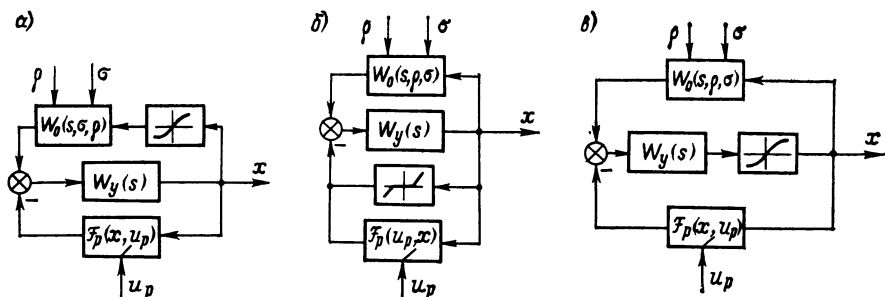


Рис. 2.7. Нелинейная коррекция УКЗ по огибающей

а передаточная функция разомкнутой системы определяется выражением

$$W(s) = \frac{k_{н.п} k_p k_{з.н}}{s(T_{н.п}s + 1)(T_{з.н}s + 1)},$$

откуда следует, что соответствующий выбор параметров САС позволяет обеспечить устойчивость системы по огибающей.

На рис. 2.7 показаны варианты структурных схем колебательных звеньев, отличающихся друг от друга по типу и месту включения звена корректирующей статической нелинейности. Уровень нелинейных искажений на выходе генератора с нелинейным колебательным звеном существенно зависит от места включения звена нелинейности и точки съема выходного сигнала. Рациональное построение генератора (рис. 2.7, а и б), обеспечивающее полное использование фильтрующих свойств линейного частотно-задающего звена, позволяет получить колебания с нелинейными искажениями в пределах 0,2—0,5 % [42].

На основании изложенного можно сделать вывод о том, что при проектировании автоколебательных систем с высокими требованиями как к стабильности амплитуды, так и к уровню нелинейных искажений, использование динамической коррекции при помощи звена статической нелинейности не приемлемо, так как обуславливает наличие искажений выходного сигнала.

Вход с параметрическим управлением позволяет осуществить динамическую коррекцию с помощью отрицательной обратной связи, на выходе которой вырабатывается сигнал $\Delta u_{p.к}$, пропорциональный приращению амплитуды [16]. Тогда структурная схема генератора приобретает вид, показанный на рис. 2.8, где через $W_k(s)$ обозначена передаточная функция звена динамической коррекции по огибающей выходных колебаний, и динамическим аналогом линейного колебательного звена с корректирующей обратной связью является инерционное звено с передаточной функцией

$$W_{з.к}(s) = -\frac{k_{з.к}}{s + k_{з.к}W_k(s)}. \quad (2.62)$$

При $W_k(s) = k_k$ передаточная функция УКЗ приобретает вид

$$W_{з.к}(s) = -\frac{k_{з.к}}{T_{з.к}s + 1},$$

где $k_{з.к} = 1/k_k$; $T_{з.к} = 2T_s/(a_0 k_k)$.

Очевидно, что использование динамической коррекции линейного управляемого колебательного звена обеспечивает необходи-

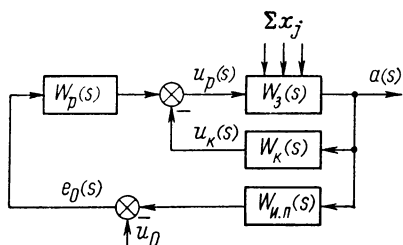


Рис. 2.8. Динамическая коррекция УКЗ по огибающей

мые условия для обеспечения устойчивости системы стабилизации по огибающей.

Следовательно, для построения генераторов на управляемых колебательных звеньях с малыми нелинейными искажениями и высокой стабильностью амплитуды наиболее эффективно использование линейных колебательных звеньев с двухконтурной

структурой системы автоматической стабилизации амплитуды.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

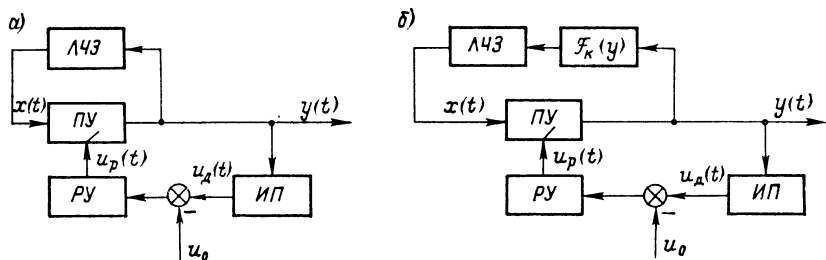
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ И УСТРОЙСТВА ГЕНЕРАТОРОВ С АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИЕЙ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ

3.1. Функциональные схемы генераторов

Проектирование генераторов с автоматической стабилизацией амплитуды колебаний является эволюционным процессом, в ходе которого последовательно раскрывается первоначальная неопределенность знаний о структуре колебательного звена и системы управления, составе функциональных устройств и законах их работы.

Исходя из этого процесс проектирования (синтеза) генераторов можно разделить на отдельные этапы, в которых на основании совокупности требований технического задания определяется общая структура генератора, формируются требования к функциональным блокам этой структуры и на их основе разрабатываются схемотехнические реализации соответствующих устройств. Результаты исследования управляемых колебательных звеньев, изложенные в гл. 2, позволяют обоснованно подходить к выбору функциональной схемы генератора, исходя из таких наиболее важных требований, как допустимый уровень нелинейных искажений и заданная погрешность стабилизации амплитуды.

В простейшем случае, при невысоких требованиях к уровню нелинейных искажений и стабильности амплитуды выходного сигнала, в основе генератора может использоваться АС с пассивной стабилизацией с помощью звена статической или инерционной нелинейности. Некоторое повышение показателей качества при сохранении простоты технической реализации можно получить,



применяя для линейного УКЗ одноконтурную систему автоматической стабилизации с пропорциональным законом регулирования. Пример такого построения генератора показан на рис. 3.1, *а*, где *ЛЧЗ* — линейное частотно-задающее звено; *ПУ* — линейное для мгновенных значений $x(t)$ параметрическое устройство с управляющим входом $u_p(t)$, описываемое оператором $\mathcal{F}_p(x, u_p)$; *ИП* — измеритель-преобразователь, на выходе которого формируется сигнал $u_d(t)$, пропорциональный амплитуде колебаний; *РУ* — регулирующее устройство с пропорциональным законом регулирования $W_p(s) = k_p$.

В тех случаях, когда требования технического задания предполагают предельную стабильность амплитуды, определяемую только погрешностью используемого измерителя-преобразователя, а требования к уровню нелинейных искажений невысоки, возможно использование одноконтурной САС с интегральным или пропорционально-интегральным законом регулирования и нелинейной коррекцией для обеспечения устойчивости по огибающей. Функциональная схема подобного генератора приведена на рис. 3.1, б, где $\mathcal{F}_k(y)$ — оператор корректирующего звена со статической нелинейной характеристикой, а $PУ$ имеет передаточную функцию вида $W_p(s) = k_p/s$ либо $W_p(s) = k_p(T_{\text{нс}}s + 1)/s$.

инерционность по огибающей и малые пульсации выходного сигнала.

Важной особенностью колебательного звена как объекта регулирования в системе стабилизации амплитуды колебаний является то, что за выходную координату объекта принимается огибающая $a(t)$ выходных колебаний $y(t) = a(t) \cos \omega t$. Следовательно, как измеритель-преобразователь точного канала стабилизации, так и звено динамической коррекции, должны осуществлять операцию измерения уровня огибающей. Но огибающая колебаний не поддается непосредственному измерению, поэтому в качестве выходной координаты измерителя могут рассматриваться амплитудное, средневыпрямленное или среднеквадратическое значение измеряемых колебаний генератора.

Известно, что измерители средневыпрямленных и среднеквадратических значений, основанные на соотношениях

$$y_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |y(t)| dt \quad \text{и} \quad y_{ck} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt \right]^{0,5},$$

из-за необходимости усреднения для обеспечения малой величины пульсации обладают значительной инерционностью [11] и по этой причине не могут быть использованы в звеньях ДК. В контуре ДК целесообразно применять измерители амплитудных значений или различного типа детекторы отклонений [11, 12, 22, 37], осуществляющие измерения за минимальное время по отношению к периоду колебаний. Измерители этого типа реализуют алгоритм аппроксимации огибающей некоторой кусочно-линейной функцией, используя в качестве узловых значения y_{\max} на периоде колебаний.

Система стабилизации амплитуды в виде обобщенной структуры, соответствующей функциональной схеме рис. 3.2, приведена на рис. 3.4, где помимо известных приняты обозначения: $W_{п.у}(s)$, $W_d(s)$, $W_{и.п}(s)$, $W_p(s)$ — передаточные функции линейных частей параметрического устройства, контура динамической коррекции, измерителя-преобразователя точного канала и регулирующего устройства соответственно; $\mathcal{F}_{п.у}(z)$, $\mathcal{F}_d(y)$, $\mathcal{F}_п(y)$ — операторы, описывающие возможные нелинейные преобразования в соответствующих функциональных устройствах. Дальнейшее исследование и синтез САС заключается в получении математических моделей функциональных узлов системы, позволяющих провести формализованный анализ выбранной структуры.

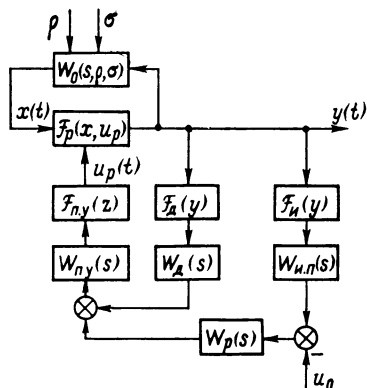


Рис. 3.4. Обобщенная структурная схема системы автоматической стабилизации амплитуды

3.2. Измерители амплитудных значений с фиксацией

Устройство динамической коррекции (ДК) как элемент обратной связи по огибающей в системе стабилизации должно обеспечивать получение информации об отклонениях (изменениях во времени) регулируемой величины. Как было установлено, основными требованиями, предъявляемыми к ДК, являются быстроедействие и малые пульсации в сигнале управления. Из известных измерительных преобразователей этим требованиям в наибольшей степени отвечают измерители амплитудного значения (ИАЗ), реализующие алгоритм аппроксимации огибающей колебаний некоторой кусочно-линейной функцией с узлами в точках максимальных значений сигнала на его периоде.

В дальнейшем под амплитудным значением a_n синусоидального сигнала $y(t) = a_n \sin \omega t$ понимается максимальное на периоде значение функции $y(t)$, т. е. $a_n = \max_{t \in T} |y(t)|$, где $t_0 \leq t \leq t_0 + T$,

T — период колебаний.

Наиболее широкое практическое применение при построении генераторов находит способ запоминания амплитуды сигнала, основанный на использовании в качестве элементов памяти конденсаторных ячеек. Схемы измерителей этого типа в настоящее время достаточно хорошо разработаны, а их метрологические показатели, такие, как погрешность в частотном и температурном диапазонах, линейность и другие, исследованы рядом авторов [11, 22, 42]. Наряду с указанными характеристиками для исследова-

ния динамики САС необходимы динамические модели ИАЗ по огибающей колебаний.

С этой точки зрения в соответствии с алгоритмом работы известные схемы измерителей амплитудного значения можно разделить на две основные группы.

К первой группе отнесем ИАЗ, для которых динамическим аналогом по огибающей являются линейные импульсные системы, т. е. системы с мгновенным съемом информации, линейной амплитудно-импульсной модуляцией и линейной непрерывной частью [36]. В эту группу входят стробирующие измерители амплитудного значения периодического сигнала (ИАС) и измерители, использующие принцип перезаписи информации (ИАП).

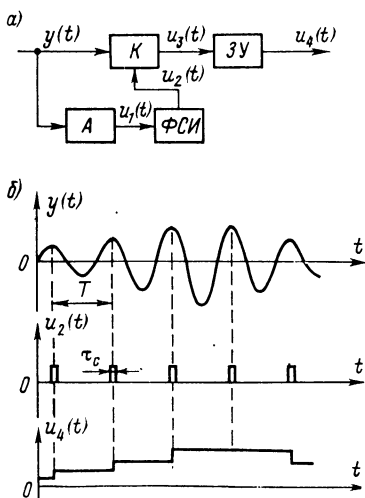


Рис. 3.5. Функциональная схема (а) и временные диаграммы (б) стробирующего измерителя амплитудного значения

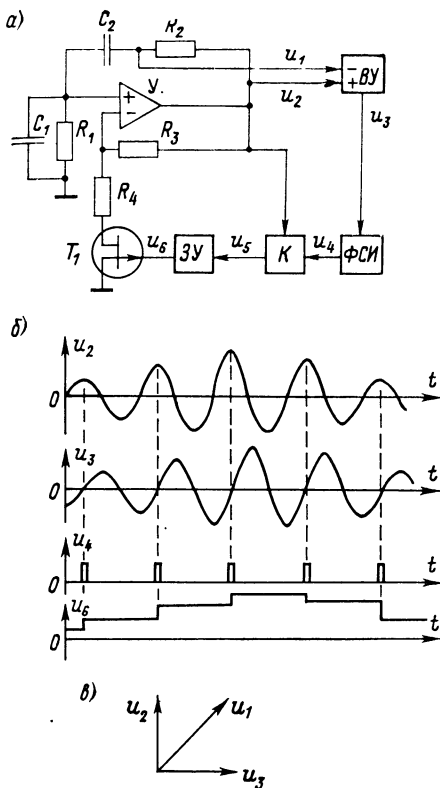


Рис. 3.6. Схема (а), временные диаграммы (б) и векторная диаграмма (в) RC-генератора со стробирующим измерителем амплитудных значений

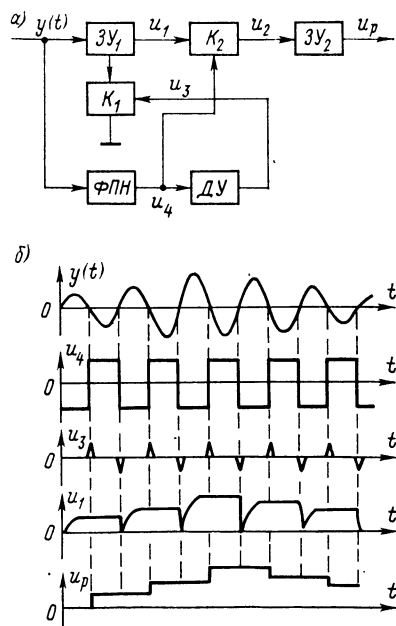


Рис. 3.7. Функциональная схема (а) и временные диаграммы (б) измерителя амплитудных значений с перезаписью

Функциональная схема ИАС, реализуемая на запоминающих устройствах ЗУ с управляемым ключом K , приведена на рис. 3.5, а, где ФСН — формирователь строб-импульсов длительностью τ_c ; А — анализатор. Принцип действия измерителя поясняется временной диаграммой, приведенной на рис. 3.5, б. Анализатор определяет момент прохождения через максимум входного сигнала и запускает ФСН, который формирует строб-импульс, открывающий ключ для записи информации в ЗУ.

На рис. 3.6, а приведен пример построения генератора с ИАС. Колебательное звено генератора включает в себя усилитель $У$, частотно-задающую цепь в виде Г-образного четырехполюсника и цепь управляемой отрицательной обратной связи на полевом транзисторе T_1 . В связи с тем, что в схеме УКЗ не существует сигнала с необходимым фазовым сдвигом 90° по отношению к выходному напряжению, для его получения используются сигналы u_1 и u_2 , первый из которых сдвинут по отношению ко второму на 45° .

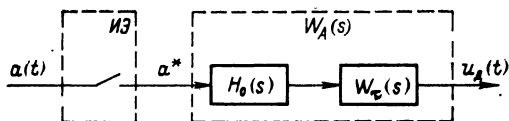


Рис. 3.8. Эквивалентная динамическая модель измерителей амплитудного значения с фиксацией

Напряжение с требуемым сдвигом 90° формируется вычитанием этих сигналов с определенными весами с помощью устройства ВУ. Временная и векторная диаграммы напряжений, действу-

ющих в схеме, приведены на рис. 3.6, б и в.

Известны другие разновидности подобных схем, отличающиеся как способами формирования строб-импульсов в моменты времени, соответствующие максимальным значениям колебаний, так и числом точек стробирования на периоде.

Основным недостатком измерителей этого типа является ограниченный частотный диапазон, обусловленный тем, что при малой длительности полупериода основных колебаний практически невозможно обеспечить выполнение противоречивых требований к длительности строб-импульсов: с одной стороны, необходимо, чтобы их длительность была достаточной для накопления информации в ЗУ, а с другой — чтобы их длительность не занимала значительную часть полупериода [22].

От указанного недостатка свободны измерители амплитудного значения, основанные на принципе перезаписи информации. На рис. 3.7, а показана структурная схема устройства ИАП, где ЗУ₁ и ЗУ₂ — запоминающие устройства; К₁ и К₂ — управляемые ключи; ФПН — формирователь прямоугольного напряжения; ДУ — дифференцирующее устройство. Работа схемы происходит следующим образом: на выходе ФПН формируется напряжение прямоугольной формы u_4 , сдвинутое по отношению к входному сигналу на 180° . Это напряжение поступает на управляющий вход ключа К₂, причем в течение положительного полупериода напряжения u_4 ключ открыт, обеспечивая перезапись информации из ячейки ЗУ₁ в ЗУ₂. В течение отрицательного полупериода ключ закрыт, позволяя провести разряд первой ячейки с помощью ключа К₁ и подготовки ее для записи уровня следующего полупериода синусоидальных колебаний. Управление ключом К₁ производится с помощью последовательности строб-импульсов короткой длительности u_3 , формируемых дифференцирующим устройством ДУ. Работа схемы поясняется временной диаграммой, приведенной на рис. 3.7, б, где $y(t)$ — входное напряжение, u_p — сигнал на выходе ЗУ₂, u_1 — форма кривой напряжения на выходе ЗУ₁. Рассмотренное устройство как звено динамической коррекции позволяет получить информацию об огибающей с запаздыванием на четверть периода основных колебаний, обеспечивая при этом малый уровень пульсаций на выходе в установившемся режиме.

Полагая, что выполняется условие $\tau_c \ll T$ (τ_c — длительность стробирующего импульса; T — период выходных колебаний), по огибающей $a(t)$ входного сигнала математическую модель измерителей рассмотренного типа можно представить в виде импульс-

ной системы (рис. 3.8) с импульсным элементом ИЭ и линейной частью $W_A(s)$, включающей в себя экстраполятор нулевого порядка $H_0(s)$ и звено с запаздыванием $W_\tau(s)$. Очевидно, что

$$W_A(s) = H_0(s) W_\tau(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} e^{-\tau_3 s}. \quad (3.1)$$

При этом для ИАС $\tau_3 = 0$, а для ИАП — $\tau_3 = T/4$.

3.3. Амплитудные детекторы

Ко второму типу ИАЗ относятся измерители, для которых динамическим аналогом по огибающей являются нелинейные импульсные системы первого рода [36], т. е. системы с нелинейным импульсным элементом (НИЭ) и линейной непрерывной частью. Примерами таких ИАЗ являются амплитудные детекторы (АД) и детекторы отклонений (ДО) [11, 37].

Эквивалентная схема простейшего диодного амплитудного детектора показана на рис. 3.9, а, где R_d — динамическое сопротивление открытого диода, R_1 , C_1 — элементы фильтрующей части АД.

Временная диаграмма выходного напряжения $u_{\text{дет}}(t)$ при гармоническом входном сигнале $y(t) = a(t) \cos \omega t$ приведена на рис. 3.9, б, где a_n и a_{n+1} — амплитудные значения входного сигнала на n и $n+1$ периоде соответственно. Полагая, что амплитуда входного сигнала достаточно велика и можно пренебречь нелинейностью диода, запишем для напряжения $z(t)$, действующего в точке а (рис. 3.9, а), систему уравнений:

$$z(t) = \begin{cases} y(t), & 0 \leq t \leq t_1; \\ u_{\text{дет}}(t), & t_1 < t < t_2; \\ y(t), & t_2 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (3.2)$$

Определим моменты переключения диода t_1 и t_2 , приравнявая значения напряжений на границах интервалов. Для выходного напряжения детектора $u_{\text{дет}}(t)$ в интервале $t_1 < t < t_2$ справедливо выражение

$$u_{\text{дет}}(t) = u_{d1} \exp[(t_1 - t)/T_{\text{дет}}], \quad T_{\text{дет}} = R_1 C_1, \quad (3.3)$$

в то же время очевидно

$$\begin{cases} u_{d1} = a_n \cos \omega t_1; \\ u_{d2} = a_{n+1} \cos \omega t_2, \end{cases} \quad (3.4)$$

где u_{d1} , u_{d2} — значения выходного напряжения АД в моменты времени t_1 и t_2

Ток, протекающий через диод во время заряда,

$$I_d(t) = [y(t) - u_{\text{дет}}(t)]/R_d, \quad (3.5)$$

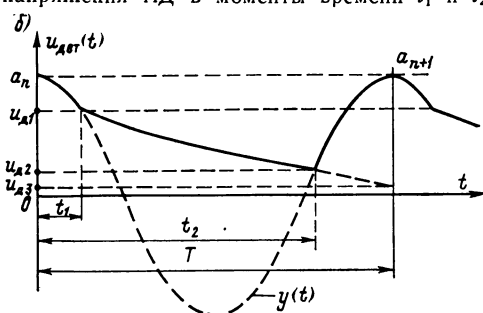
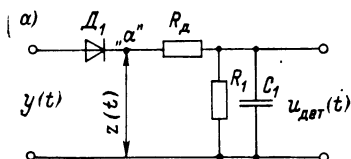


Рис. 3.9. Эквивалентная схема (а) и временная диаграмма (б) амплитудного детектора

одновременно выполняется равенство

$$I_d(t) = I_R(t) + I_C(t) = \frac{u_{\text{дет}}(t)}{R_1} + C_1 \frac{du_{\text{дет}}(t)}{dt}. \quad (3.6)$$

В момент времени t_1 справедливо условие

$$I_d(t) = 0 \quad (3.7)$$

На основании (3.7) и (3.6) определим скорость изменения напряжения на конденсаторе в момент времени t_1 :

$$du_{\text{дет}}(t)/dt = -u_{\text{дет}}(t)/T_{\text{дет}} \quad (3.8)$$

Используя выражения (3.6) и (3.7) для скорости изменения входного напряжения в точке t_1 , получим

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{u_{\text{дет}}(t)}{T_{\text{дет}}} + R_d \frac{dI_A(t)}{dt}. \quad (3.9)$$

Пренебрегая второй составляющей в правой части выражения (3.9), т. е. предполагая, что напряжение u_{d1} близко к амплитудному значению a_n , запишем

$$u_{d1}/T_{\text{дет}} = \omega a_n \sin \omega t_1. \quad (3.10)$$

Из выражений (3.4) и (3.10) находим

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega T_{\text{дет}}}; \quad (3.11)$$

$$u_{d1} = a_n / \sqrt{1 + [1/(\omega T_{\text{дет}})]^2}. \quad (3.12)$$

Из этих равенств можно определить момент t_2 :

$$a_{n+1} \cos \omega t_2 = u_{d1} \exp [-(t_2 - t_1)/T_{\text{дет}}].$$

Это уравнение аналитического решения не имеет. Однако учитывая условия практической реализации, когда для обеспечения малых пульсаций на выходе АД соотношение $T/T_{\text{дет}}$ удовлетворяет условию $T/T_{\text{дет}} \ll 1$, с малой погрешностью можно положить $u_{d2} \approx u_{d3}$. Тогда

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{a_n \exp [(t_1 - T)/T_{\text{дет}}]}{a_{n+1} \sqrt{1 + [1/(\omega T_{\text{дет}})]^2}}. \quad (3.13)$$

В результате диод можно заменить некоторым нелинейным импульсным элементом НИЭ, состоящим из идеального ключа и формирующего элемента ФЭ, на выходе которого формируется импульсная последовательность вида (рис. 3.10):

$$z_{a.d}(t) = \begin{cases} a_n \cos \omega t, & t \in [0, t_1]; \\ 0, & t \in (t_1, t_2); \\ a_{n+1} \cos \omega t, & t \in (t_2, T), \end{cases} \quad (3.14)$$

для которой моменты переключения t_1 и t_2 определяются соотношениями (3.11) и (3.13). Очевидно, что предлагаемая модель является физически нереализуемой, так как в ней вследствие (сигнал на выходе $z_{a.d}$ при $t \in (t_2, T)$) опережает причину (значение огибающей a_{n+1}). Но такое представление удобно для построения универсальной модели САС при анализе ее динамического режима в области малых отклонений от стационарного режима.

Уточним некоторые особенности представления АД в виде модели, состоящей из НИЭ и линейной части. В интервале t_1, t_2 ,

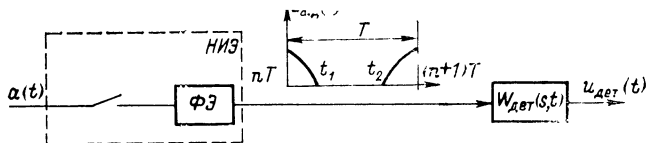


Рис. 3.10. Эквивалентная динамическая модель амплитудного детектора

когда диод закрыт, его выходное напряжение определяется уравнением:

$$u_{\text{дет}}(t) = u_{\text{д1}} \exp[-(t - t_1)/T_{\text{дет}}]. \quad (3.15)$$

Приращение выходного напряжения, обусловленное воздействием входного импульса, можно определить на основании интеграла свертки

$$\Delta u_{\text{дет}}(t) = \int_0^{t_1} z_{\text{а. д}}(t - \tau) h_2(\tau) d\tau,$$

где $h_2(\tau)$ — импульсная переходная функция звена

$$W(s) = \frac{1}{T_{\text{динс}} s + 1}, \quad T_{\text{дин}} = R_{\text{д}} C_{\text{д}}. \quad (3.16)$$

Сопоставляя (3.15) и (3.16), заметим, что модель АД может быть представлена в виде последовательного соединения НИЭ и периодически нестационарного звена с передаточной функцией

$$W_{\text{дет}}(s, t) = \frac{1}{T_{\text{д. э}}(t) s + 1},$$

при этом

$$T_{\text{д. э}}(t) = \begin{cases} T_{\text{дет}}, & t \in (t_1, t_2); \\ T_{\text{дин}}, & t \in [0, t_1]; \\ T_{\text{дин}}, & t \in (t_2, T]. \end{cases}$$

Отсюда для выходного сигнала АД в дискретные моменты времени $t = nT$, $T = 2\pi/\omega$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) имеем

$$u_{\text{дет}}(n+1) = e^{-T/T_{\text{дет}}} u_{\text{дет}}(n) + \int_0^{t_1} z_{\text{а. д}}(t - \tau) h_2(\tau) d\tau + \int_{t_2}^T z_{\text{а. д}}(t - \tau) h_2(\tau) d\tau.$$

Разновидностью амплитудных детекторов являются детекторы отклонений ДО, на выходе которых формируется сигнал постоянного напряжения, пропорциональный отклонению амплитуды от некоторого опорного значения b_0 [36]. Функциональная схема ДО приведена на рис. 3.11, а, где $\mathcal{F}(y)$ — звено нелинейности с зоной нечувствительности b_0 ; УП — усилитель-преобразователь, осуществляющий усиление, а в ряде случаев — преобразование напряжение — ток входного сигнала; ЛЧ — линейная фильтрующая часть ДО.

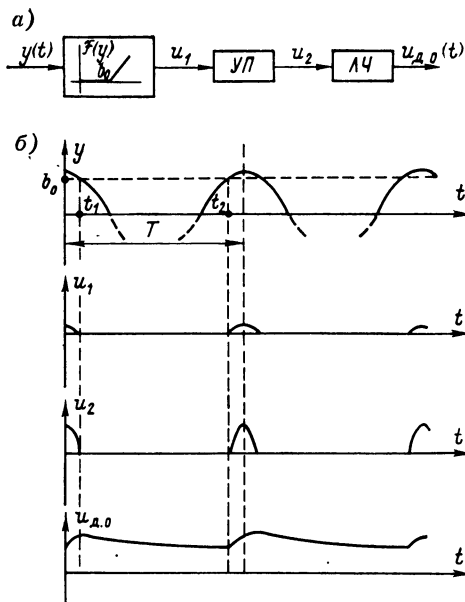


Рис. 3.11. Функциональная схема (а) и временная диаграмма (б) детектора отклонений

Принцип работы детектора иллюстрирует временная диаграмма (рис. 3.11, б), из которой следует:

$$\begin{cases} t_1 = 1/\omega \arccos(b_0/a_n) \\ t_2 = 1/\omega \arccos(b_0/a_{n+1}). \end{cases} \quad (3.17)$$

По аналогии с амплитудным детектором (рис. 3.9) динамический эквивалент детектора отклонений по огибающей может быть представлен в виде последовательного соединения нелинейного импульсного элемента НИЭ и линейной непрерывной части с передаточной функцией $W_{д.о}(s)$ (рис. 3.12). На выходе НИЭ формируется импульсная последовательность

$$z_{д.о}(t) = \begin{cases} a_n \cos \omega t - b_0, & 0 \leq t \leq t_1; \\ 0, & t_1 < t < t_2; \\ a_{n+1} \cos \omega t - b_0, & t_2 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (3.18)$$

Передаточная функция линейной части детектора отклонений с достаточной точностью может быть представлена аperiодическим звеном

$$W_{д.о}(s) = \frac{k_{д.о}}{T_{д.о}s + 1}. \quad (3.19)$$

Отдельную группу составляют схемы устройств для формирования сигнального управления (СИАЗ) рассмотренного в § 1.3. Существенно отличаясь от рассмотренных измерителей амплитудного значения по технической реализации, модели СИАЗ как элементы системы регулирования по огибающей, тем не менее, могут быть сведены к полученным ранее. Рассмотрим, в частности, метод формирования сигнального управления, предложенный в работе [41]. Функциональная схема СИАЗ показана на рис. 3.13, а, где $\mathcal{F}_n(y)$ — нелинейный элемент с зоной нечувствительности $\pm b_n$; $\Phi ПН_1$, $\Phi ПН_2$ — формирователи прямоугольного напряжения; $\Phi ЗУ$ — фазосдвигающее устройство, формирующее сигнал, сдвинутый на 90° по отношению к входному напряжению $y(t)$. Временная диаграмма работы устройства приведена на рис. 3.13, б. Принцип действия состоит в том, что суммируются два прямоугольных напряжения u_3 и u_4 , одинаковых по уровню, одно из которых формируется из сигнала, сдвинутого на 90° , а второе — из выходного сигнала нелинейного элемента. После суммирования получаем сигнал управления, представляющий собой последовательность импульсов, скважность которых определяется отклонением амплитуды входного сигнала от некоторого заданного

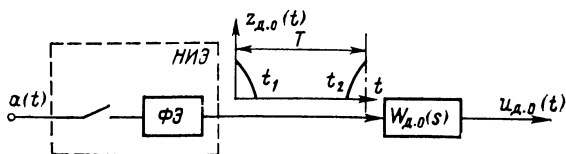


Рис. 3.12. Эквивалентная динамическая модель детектора отклонений

значения. Очевидно, что в режиме установившихся колебаний выходной сигнал

$$u_c(t) = \begin{cases} 0, & nT \leq t \leq nT + T/4 - \tau_c/2, \\ a_c, & nT + T/4 - \tau_c/2 < t < nT + T/4 + \tau_c/2; \\ 0, & nT + 3T/4 + \tau_c/2 \leq t \leq nT + 3T/4 - \tau_c/2; \\ -a_c, & nT + 3T/4 - \tau_c/2 < t < nT + 3T/4 + \tau_c/2; \\ 0, & nT + 3T/4 + \tau_c/2 \leq t \leq (n+1)T, \end{cases} \quad (3.20)$$

т. е. удовлетворяет условиям Дирихле и на интервале $[-T/2, T/2]$ может быть представлен рядом Фурье:

$$u_c(t) = \frac{1}{2} a_{c0} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_{ck} \cos k\omega t + b_{ck} \sin k\omega t).$$

Так как на рассматриваемом интервале $u_c(t)$ — нечетно-симметричная функция, то $a_{c0} = 0$, $a_{ck} = 0$ и $u_c(t) = \sum b_{ck} \sin k\omega t$. На основании (3.20) справедливо:

$$b_{ck} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_c(\tau) \sin k\omega \tau d\tau = \frac{4a_c}{k\pi} \sin \frac{\pi k}{2} \sin \frac{\pi k \tau_c}{T}. \quad (3.21)$$

Анализируя (3.21), заметим, что амплитуда k -й гармоники в спектре сигнала управления зависит от номера гармоники, уровня прямоугольного сигнала и отношения длительности импульса τ_c к периоду колебаний T . Найдем зависимость длительности импульса τ_c от амплитуды входных колебаний. Очевидно, что $b_n = a \cos \omega t_1$, откуда $t_1 = T/(2\pi) \arccos(b_n/a)$.

После несложных преобразований можно получить

$$b_{c1} = 4a_c/\pi \sqrt{1 - (b_n/a)^2}. \quad (3.22)$$

Тогда, полагая, что выполняются требуемые фазовые соотношения (2.27) между первой гармоникой сигнала управления $u_{c1} = b_{c1} \sin(\omega t + \varphi_1)$ и выходными колебаниями, модель СИАЗ в линейном приближении может быть представлена как последовательное соединение фиксатора нулевого порядка и звена нелинейности, учитывающего соотношение (3.22).

Проведенное рассмотрение наиболее распространенных принципов измере-

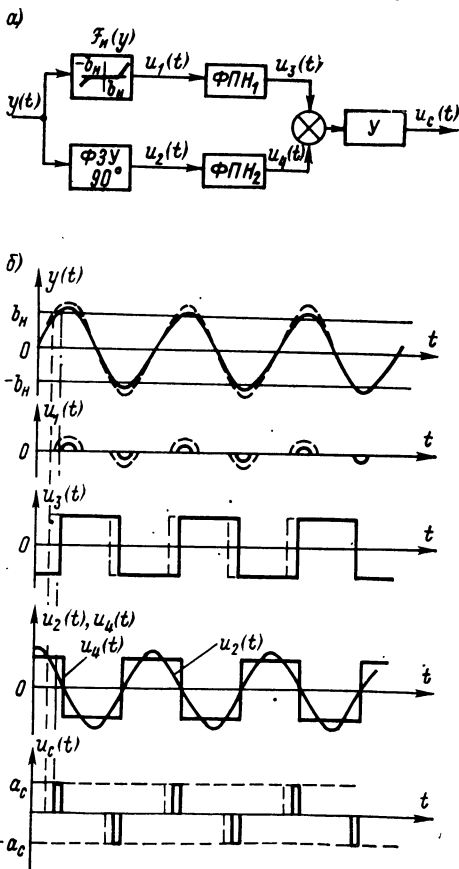


Рис. 3.13. Функциональная схема (а) и временная диаграмма (б) устройства формирования сигнала координатного управления

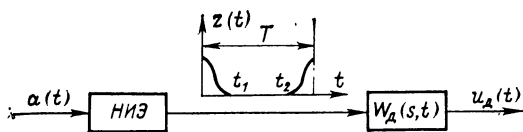


Рис. 3.14. Нелинейная динамическая модель по огибающей амплитудных детекторов

ния огибающей колебаний позволяет представить обобщенную модель ИАЗ этого типа в виде последовательного соединения импульсного элемента, в общем случае нелинейного, и некото-

рой линейной части, с нестационарной передаточной функцией:

$$W_d(s, t) = \frac{k}{T_d(t)s + 1}. \quad (3.23)$$

В стационарном режиме на выходе импульсного элемента действует импульсная последовательность (рис. 3.14), вид и параметры которой зависят от конкретного вида измерителя.

3.4. Измерители уровня колебаний по средневыпрямленному значению

Для построения генераторов с малыми и сверхмалыми нелинейными искажениями и высокой стабильностью амплитуды колебаний наиболее эффективна, как было показано, двухконтурная САС. При этом погрешность стабилизации в значительной степени определялась измерителем-преобразователем ИП, точного канала регулирования (рис. 3.2). При малых нелинейных искажениях колебаний в САС генераторов могут равнозначно применяться измерители амплитудного, средневыпрямленного и среднеквадратического значений, так как все эти величины аналитически связаны между собой пропорциональными зависимостями, но наибольшее распространение получили измерители среднего значения (ИСЗ). Это обусловлено тем, что амплитудные преобразователи имеют сравнительно большую частотно-зависимую составляющую погрешности, а точные измерители среднеквадратического значения отличаются сложностью технической реализации.

В генераторах с двухконтурной САС измерение среднего значения колебаний

$$y_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T |y_{\text{вх}}(t)| dt$$

можно разделить на две независимые операции, основной из которых, определяющей точность САС, является операция выделения модуля (выпрямления) измеряемого сигнала. Функция же сглаживания пульсаций выпрямленных колебаний может осуществляться интегрирующим элементом регулирующего устройства, так как в этом случае исключается дополнительная инерционность в контуре САС, которая вносится при использовании дополнительного сглаживающего фильтра. Тогда эквивалентом устройства выделения модуля является безынерционное звено, в качестве выходной величины которого принимается среднее значение выпрямленных колебаний.

В САС генераторов с широким диапазоном перестройки частоты в качестве устройств выделения модуля обычно применяются диодные схемы выпрямления как пассивного, так и активного типов. Отметим, что использование для этой цели управляемых ключей приводит к усложнению схемы устройства, не давая существенного преимущества по точности преобразования.

Примером построения широкополосного устройства выделения модуля может служить схема пассивного типа (рис. 3.15). В ее основе используется однополупериодный выпрямитель на диоде Д1. В проводящий полупериод его рабочая точка задается током смещения I_0 в линейной области вольт-амперной характеристики с малым динамическим сопротивлением, что существенно уменьшает влия-

ние нелинейности диода на точность выпрямления. В течение следующего полупериода входного сигнала $y_{вх}$, когда D_1 находится в запертом состоянии, цепь источника I_0 замыкается диодом D_2 . Для получения эффекта двухполупериодного выпрямления между входом и выходом диодной цепи включен фазоинверсный усилитель переменного тока Y_{\sim} , с помощью которого компенсируется основная гармоника пульсаций диодного выпрямителя. Переменные составляющие выпрямленного сигнала сглаживаются в регулирующем устройстве PY системы стабилизации. При работе на повышенных частотах сигнальная перегрузка операционного усилителя PY исключается емкостным фильтром на конденсаторе C_1 . Диод D_3 , связанный с входом PY , обеспечивает компенсацию уровня и температурных изменений падения напряжения на диодах D_1 и D_2 , вызываемого током смещения I_0 .

Опуская расчет метрологических характеристик рассмотренного устройства, который можно выполнить известными методами теории цепей, некоторые особенности схемы отметим. Нелинейность преобразования в зависимости от уровня входного сигнала в этом устройстве в несколько раз ниже по сравнению с обычными пассивными преобразователями на диодах без смещения. При уровнях входного сигнала более 2,5—3 В она имеет порядок 0,2—0,3 %. В полосе частот точность этого преобразователя также выше, поскольку в динамическом режиме цепь рабочих диодов D_1, D_2 остается низкоомной. При применении диодов с малой барьерной емкостью (например, диодов Шоттки) погрешность в полосе частот до 1 МГц находится в пределах 0,3—0,5 % и не превышает 1—1,5 % на частотах до 10 МГц.

Значительное повышение точности выпрямления можно получить с помощью преобразователей активного типа, в которых выпрямительные диоды охватываются цепями отрицательной обратной связи с большим петлевым усилением [11]. Простая реализация такого устройства с применением операционного усилителя показана на рис. 3.16. За счет включения выпрямительного диода D_1 в цепь замкнутого контура с усилителем Y_1 влияние его нелинейности и температурной неустойчивости на точность выпрямления сигнала существенно уменьшается. Дополнительная обратная связь с диодом D_2 служит для симметрирования динамического режима работы Y_1 . Сглаживание выпрямленного сигнала осуществляется в регулирующем устройстве PY . Как и в предыдущем случае, основная гармоника пульсаций компенсируется переменным напряжением, подаваемым с соответствующим весом на вход PY . Отметим, что этот способ является наиболее простым для получения результата, эквивалентного двухполупериодному выпрямлению.

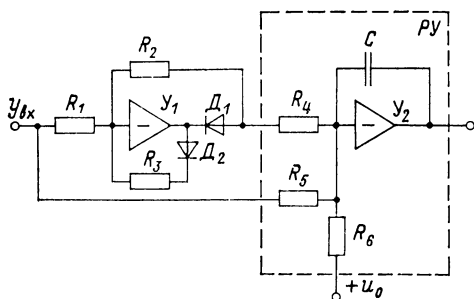


Рис. 3.16. Измеритель средневыпрямленного значения активного типа

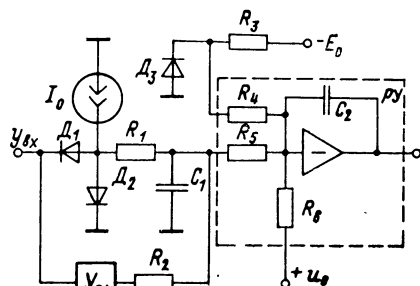


Рис. 3.15. Схема измерителя средневыпрямленного значения пассивного типа

К достоинствам активных преобразователей среднего значения можно отнести большой динамический диапазон входных сигналов, высокую временную и температурную стабильность, высокую точность преобразования. Однако эти характеристики обеспечиваются лишь в рабочей полосе частот операционного усилителя, в цепь обратной связи которого включается выпрямительный диод. Подобные преобразователи, выполненные на диодах с малой барьерной емкостью и широкополосных операционных усилителях

с частотой среза 30—50 МГц, позволяют обеспечивать преобразования с погрешностями до 0,01 % в полосе частот до 10 кГц и 0,1 % — до частот 100—200 кГц.

3.5. Вопросы реализации параметрического управления в системах стабилизации амплитуды

К важнейшим функциональным узлам САС относится устройство параметрического управления ПУ, замыкающее параметрическую обратную связь (рис. 1.13) и реализующее зависимость $\mathcal{F}_p(x, u_p)$.

Выше было показано (§ 2.1), что характеристики этого устройства в значительной степени определяют уровень нелинейных искажений выходного сигнала УКЗ, поэтому основными требованиями к ПУ являются малый уровень собственных нелинейных искажений по сигнальному входу, необходимый динамический диапазон перестройки коэффициента передачи и малая инерционность по управляющему входу.

Наиболее распространенный способ реализации ПУ основан на использовании операционного усилителя, охваченного отрицательной обратной связью через управляемый резистивный делитель (рис. 3.17). Построение ПУ на множительных устройствах пока не находит широкого применения в связи с ограниченным частотным диапазоном и значительным уровнем собственных нелинейных искажений. В полосе рабочих частот нелинейными искажениями операционного усилителя можно пренебречь. Современные интегральные усилители в режиме масштабного усиления имеют собственные нелинейные искажения на уровне 0,001—0,005 %. При использовании в САС измерителей типа ИАС или ИАП составляющая искажений, обусловленная спектральным составом сигнала управления, равна нулю, поэтому практически аппаратная составляющая определяется искажениями регулируемого элемента R_{var} управляемого делителя (рис. 3.17). В качестве таких элементов в современных САС амплитуды колебаний используются терморезисторы, оптроны, полевые и МДП-транзисторы, а также диоды, работающие на экспоненциальном участке

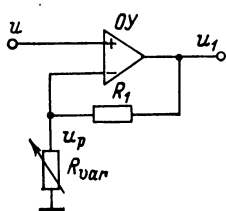


Рис. 3.17. Устройство параметрического управления на операционном усилителе с управляемым делителем

вольт-амперной характеристики [17, 21]. Техническая простота, широкий частотный диапазон при достаточном динамическом диапазоне перестройки и малые нелинейные искажения обеспечили схемам управляемых делителей широкое распространение на практике. Возможные реализации схем управляемых делителей на резисторных оптронах и полевых транзисторах приведены на рис. 3.18, а и б.

Управляемые делители на оптронах удовлетворяют необходимым требованиям по уровню нелинейных искажений и динамическому диапазону перестройки коэффициента передачи, однако обладают существенной инерционностью

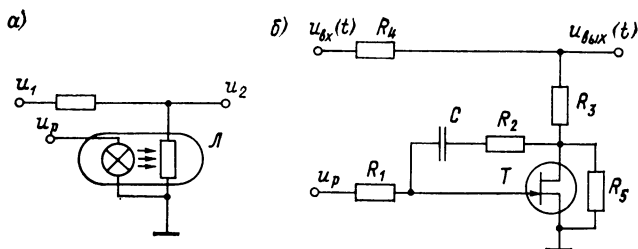


Рис. 3.18. Управляемый резистивный делитель на оптроне (а) и на полевом транзисторе (б)

по управляющему входу. Передаточную функцию оптрона можно представить функцией первого порядка [26]:

$$W(s) = \frac{k_L}{T_L s + 1}.$$

Постоянная времени T_L для некоторых типов резисторных оптронов L , наиболее пригодных по уровню нелинейных искажений, достигает долей секунды [26]. Это обстоятельство существенно ограничивает применение оптронных управляемых делителей при построении генераторов с высокими требованиями к длительности переходных процессов.

От этого недостатка свободны схемы на полевых транзисторах с линеаризующей обратной связью (рис. 3.18, б). При этом применение полевого транзистора в качестве регулируемого элемента параметрического устройства САС имеет ряд преимуществ по сравнению с другими элементами, так как обеспечивает безынерционность, незначительное потребление мощности от источника управляющего сигнала, надежность и малые размеры.

Используя приближенную математическую модель полевого транзистора, проведем оценку уровня нелинейных искажений, определяемых статической нелинейностью его вольт-амперной характеристики. При непосредственном включении транзистора в одно из плеч делителя существенно возрастают нелинейные искажения, особенно заметные при уровне переменного сигнала на стоке $u_{c-н}$, превышающем 200—300 мВ. С целью уменьшения влияния нелинейности транзистора используется линеаризующая обратная связь на резисторах R_1 , R_2 .

Введем обозначения: $R_{к0}$ — начальное сопротивление канала полевого транзистора при $u_{з-н} = 0$; $u_{c-н}(t)$ — напряжение сток — исток; $u_{з-о}$ — напряжение отсечки; $u_{з-н}(t)$ — управляющее напряжение затвор — исток; I_c — ток канала. Запишем уравнение, аппроксимирующее начальный участок вольт-амперной характеристики, в виде

$$I_c = \frac{u_{c-н}(t) \{ [u_{з-о} - u_{з-н}(t)] - 0,5u_{c-н}^2(t) \}}{R_{к0}u_{з-о}}. \quad (3.24)$$

Уравнение (3.24) дает достаточное приближение на начальном участке характеристик, где выполняется условие

$$|u_{c-н}(t)| < |u_{з-о}| - |u_{з-н}(t)|. \quad (3.25)$$

Для получения выражения, аппроксимирующего вольт-амперную характеристику полевого транзистора с учетом обратной связи, достаточно в (3.24) зна-

чение $u_{3-н}(t)$ заменить на

$$u'_{3-н}(t) = u_{3-н}(t) + k_{о.с} u_{с-н}(t). \quad (3.26)$$

Подставив выражение (3.26) в (3.24) и решив его относительно $u_{с-н}$, получим

$$u_{с-н}(t) = \frac{u_{3-о} - u_{3-н}(t)}{2(k_{о.с} - 0,5)^2} \{ [u_{3-о} - u_{3-н}(t)]^2 + 4(k_{о.с} - 0,5) I_c R_{к0} u_{3-о} \}^{1/2}, \quad (3.27)$$

где $k_{о.с} = R_1 / (R_1 + R_2)$ — коэффициент обратной связи.

Представляя второй сомножитель правой части выражения (3.27) степенным рядом и ограничивая ряд первыми тремя членами, после преобразований и при синусоидальной форме тока стока: $I_c = I_m \sin \omega t$, получим

$$\begin{aligned} u_{с-н}(t) = I_m \frac{R_{к0} u_{3-о} \sin \omega t}{u_{3-о} - u_{3-н}(t)} - I_m^2 \frac{(k_{о.с} - 0,5) R_{к0}^2 u_{3-о}^2}{2 [u_{3-о} - u_{3-н}(t)]^3} + \\ + I_m^2 \frac{(k_{о.с} - 0,5) R_{к0}^2 u_{3-о}^2}{2 [u_{3-о} - u_{3-н}(t)]^3} \cos 2\omega t. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Из уравнения (3.28) видно, что при $k_{о.с} \neq 0,5$ воздействие на транзистор синусоидального тока приводит к появлению в напряжении сток — исток постоянной составляющей и второй гармоники, пропорциональных квадрату протекающего тока.

На основании (3.28) запишем выражение для коэффициента нелинейных искажений напряжения сток — исток полевого транзистора:

$$\kappa_{\tau} = I_m \frac{R_{к0} u_{3-о} (k_{о.с} - 0,5)}{2 [u_{3-о} - u_{3-н}(t)]^2} 100 \%. \quad (3.29)$$

Из уравнения следует, что при $k_{о.с} = 0,5$ вторая гармоника напряжения сток — исток обращается в нуль. При изменении же значения коэффициента обратной связи, как это видно, можно осуществить инвертирование фазы второй гармоники. Это обстоятельство позволяет использовать полевой транзистор с регулируемой обратной связью для частичной компенсации вторых гармоник, генерируемых другими функциональными элементами схемы.

Применение полевых транзисторов в качестве параметрических элементов позволяет проектировать генераторы с нелинейными искажениями порядка 0,05—0,5 % [25]. Для дальнейшего снижения коэффициента нелинейных искажений необходимо ограничивать напряжение сток — исток значением 20—60 мВ, что технологически неудобно, так как разброс параметров применяемых полевых транзисторов требует тщательной индивидуальной настройки.

Существенно лучшими характеристиками по нелинейным искажениям обладают фоторезисторные оптроны. Развитие оптронной техники и появление серийных элементов с собственными нелинейными искажениями порядка 0,001 % делает перспективным использование оптронов в качестве параметрических элементов САС. Однако, как отмечалось, существенным недостатком, затрудняющим применение фоторезисторных оптронов в генераторах, является их инерционность.

Устранить указанные недостатки, присущие полемому транзистору и оптрону, позволяет параметрическое устройство, в котором используется принцип раздельного управления точным каналом

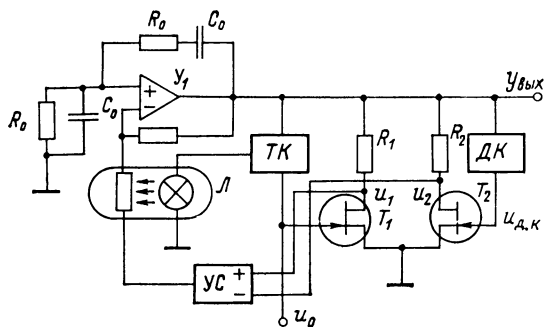


Рис. 3.19. Функциональная схема генератора с раздельным управлением

стабилизации и контуром динамической коррекции [3]. В генераторе (рис. 3.19) сигналы управления точного канала стабилизации ТК и контура динамической коррекции ДК разделены и воздействуют на различные параметрические элементы. Поэтому в точном канале могут использоваться элементы с большой инерционностью, но малыми нелинейными искажениями (оптроны и фотоэлектрические резисторы). Для уменьшения искажений от влияния нелинейности параметрического элемента контура динамической коррекции применена мостовая схема (на элементах R_1 , R_2 , T_1 , T_2) и сравнивающее устройство УС. В установившемся режиме, когда $u_0 = u_{д.к.}$, сигнал на выходе УС равен нулю, так как при $R_1 = R_2$ и идентичных полевых транзисторах T_1 и T_2 выполняется условие $u_1(t) - u_2(t) = 0$. В динамическом режиме, когда $u_0 \neq u_{д.к.}$, выходной сигнал УС $u_1(t) - u_2(t) \neq 0$ действует до тех пор, пока управление точного контура не восстановит амплитуду выходного сигнала до прежнего значения. Таким образом, в установившемся режиме колебаний с заданной точностью параметрическое устройство ДК не вносит искажений в выходные колебания.

Для анализа динамики систем автоматической стабилизации амплитуды найдем динамические модели рассмотренных параметрических устройств. Очевидно, что в простейшем случае без линеаризующей обратной связи, полагая полевой транзистор по управляющему входу безынерционным, передаточную функцию параметрического устройства в области малых отклонений от стационарного режима можно представить в виде

$$W_{п.у}(s) = \frac{\Delta k_{п.у}(s)}{\Delta u_p(s)} = k_{п.у},$$

где $k_{п.у} = \frac{\partial k_{п.у}(u_p)}{\partial u_p}$; $u_p = u_{p0}$ — линеаризованное значение коэф-

фициента передачи ПУ в рабочей точке u_{p0} ; $k_{п.у}(u_p)$ — функциональная зависимость коэффициента передачи ПУ от значения управляющего напряжения u_p .

При линеаризующей инерционной обратной связи (рис. 3.18, б) для передаточной функции ПУ можно записать

$$W_{п.у}(s) = \frac{\Delta k_{п.у}(s)}{\Delta u_p(s)} = k_{п.у} \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}, \quad (3.30)$$

где $T_1 = R_1 C$; $T_2 = (R_1 + R_2) C$; $k_{п.у} = \frac{\partial k_{п.у}(u_p)}{\partial u_p}$ при $u_p = u_{p0}$.

Передаточная функция (3.30), полученная для области малых отклонений от стационарного режима, может использоваться для анализа устойчивости и переходных процессов в САС.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

РАСЧЕТ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

4.1. Модель системы автоматической стабилизации амплитуды в пространстве состояний

Исследование системы стабилизации амплитуды колебаний на основе модели УКЗ и полученных структурных схем САС предполагает определение устойчивости по огибающей стационарных колебаний, анализ переходных процессов в различных структурах, влияние способа измерения огибающей на динамический режим и разработку инженерной методики расчета подобных систем. Очевидно, что исследование процессов во всей области значений координат и параметров практически возможно только на основе численного решения уравнений с помощью ЭВМ. Такой анализ может иметь своей целью определение влияния нелинейности на динамику колебаний и оптимизацию параметров системы стабилизации.

Вместе с тем, учитывая специфику работы генератора, для которой наиболее характерен стационарный режим и малые отклонения от него, обусловленные возмущающими факторами, представляет интерес анализ динамического режима в линейном приближении в малой области отклонений от стационарного режима. Недостатки линейной модели искупаются ее наглядностью и физической ясностью получаемых результатов. Линейная модель позволяет достаточно просто построить приближенные области допустимых значений параметров системы и сократить объем численного моделирования.

Учитывая, что устойчивость и качество переходных процессов в САС определяется, в основном, внутренним контуром, включающим в себя УКЗ и цепь динамической коррекции, а также то, что одноконтурные системы имеют самостоятельное практическое значение при построении генераторов среднего класса точности, рас-

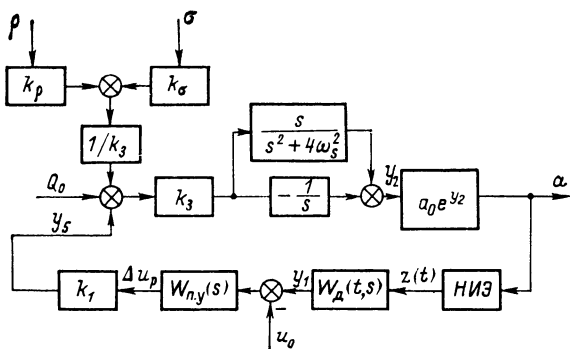


Рис. 4.1. Структурная схема одноконтурной системы автоматической стабилизации амплитуды колебаний генератора

смотрим вначале одноконтурные системы стабилизации с различными способами измерения огибающей выходных колебаний. Воспользуемся матричным аппаратом теории пространства состояний [19], позволяющим получить модель системы, легко трансформируемую для любого вида ИАЗ. Введя обозначения линеаризованных коэффициентов передачи УКЗ по соответствующим входам: $k_p = \Phi_p(\tau, x, \dot{x})$; $k_\sigma = \Phi_\sigma(\tau, x, \dot{x})$; $k_{y.z} = \Phi_u(\tau, x, \dot{x})$; $k_3 = 0,5k_{y.z}\omega_s$ при $\rho = \rho_0$, $\sigma = \sigma_0$, $u_p(t) = Q_0$, получим структурную схему одноконтурной САС (рис. 4.1), где $k_1 = k_{n.y}$ — коэффициент передачи параметрического устройства по управляющему входу; НИЭ — обобщенный импульсный элемент, на его выходе формируется импульсная последовательность $z(t)$, характеристики которой зависят как от значений огибающей колебаний, так и от конкретного вида ИАЗ; Q_0 — постоянная составляющая сигнала управления в стационарном режиме колебаний; Δu_p — отклонение сигнала управления (далее для упрощения записи символ Δ опущен); a_0 — амплитуда установившихся колебаний; $W_{n.y}(s)$ и $W_d(t, s)$ —

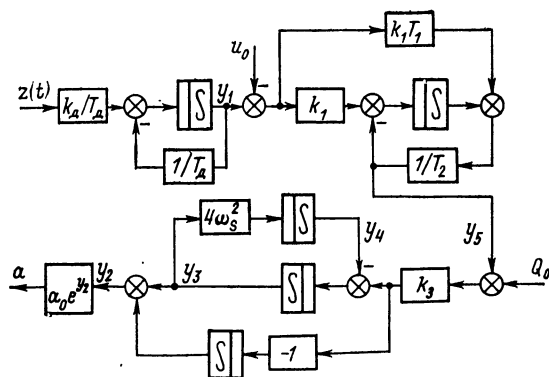


Рис. 4.2. Эквивалентная схема одноконтурной САС в пространстве состояний

передаточные функции параметрического устройства и линейной части измерителя амплитудного значения соответственно.

Не касаясь особенностей сигнала $z(t)$, связанных с различными способами измерения огибающей, рассмотрим структурную схему модели системы в пространстве состояний (рис. 4.2), учитывая, что в общем случае

$$W_{п.у}(s) = k_1 \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}; \quad W_d(t, s) = \frac{k_d(t)}{T_d(t)s + 1}.$$

В принятых на рис. 4.2 обозначениях запишем уравнения состояния:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}_{в.с} = \mathbf{A}(t) \mathbf{Y}_{в.с}(t) + \mathbf{S}(t) z(t) + \mathbf{U}(t) u_0 + \mathbf{N}(t) Q_0; \\ a(t) = a_0 \exp[y_2(t)], \end{cases}$$

где $\mathbf{A}(t)$ — матрица коэффициентов; $\mathbf{Y}_{в.с}(t)$ — вектор состояний, причем

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{24}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34}(t) & a_{35}(t) \\ 0 & 0 & a_{43}(t) & 0 & 0 \\ a_{51}(t) & 0 & 0 & 0 & a_{55}(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y}_{в.с}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \\ y_5(t) \end{pmatrix};$$

$$\dot{\mathbf{Y}}_{в.с} = \frac{d}{dt} \mathbf{Y}_{в.с}(t); \quad \mathbf{S}(t) = \begin{pmatrix} s_{11}(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ s_{51}(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{U}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_{51}(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{N}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{31}(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a_{11}(t) = -1/T_d(t)$; $a_{51}(t) = k_1 [T_d(t) - T_1]/T_2 T_d(t)$; $a_{43} = 4\omega_s^2$; $a_{24} = a_{34} = -1$; $a_{35} = k_3$; $a_{55} = -1/T_2$; $n_{31} = k_3$; $s_{11}(t) = k_d(t)/T_d(t)$; $s_{51}(t) = k_1 k_d(t) T_1/T_2 T_d(t)$; $u_{51} = -k_1/T_2$. Необходимо отметить, что рассматриваемая модель справедлива только в дискретные моменты времени $t^* = nT$ ($T = 2\pi/\omega_s$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$), что определено переходом от периодически нестационарной передаточной функции УКЗ вида (2.46) к передаточной функции (2.47).

Для вектора $\mathbf{Y}_{в.с}(n)$ справедливо векторное разностное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{в.с}(n+1) = & \mathbf{H}(T) \mathbf{Y}_{в.с}(n) + \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{S}(\tau) z(\tau) d\tau + \\ & + \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{U}(\tau) u_0 d\tau + \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{N}(\tau) Q_0 d\tau, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $\mathbf{H}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1}\}^*$ — переходная матрица состояния; $\mathbf{H}(T) = \mathbf{H}(t)$ при $t = T = 2\pi/\omega_s$.

Определяя $\mathbf{H}(t)$, получим

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} \\ h_{31} & 0 & h_{33} & h_{34} & h_{35} \\ h_{41} & 0 & h_{43} & h_{44} & h_{45} \\ h_{51} & 0 & 0 & 0 & h_{55} \end{bmatrix}.$$

Выражения для элементов h_{ij} матрицы $\mathbf{H}(t)$ приведены в табл. 4.1, где $\alpha_0 = T_d/T_s$, $\alpha_2 = T_2/T_s$; $\alpha_1 = T_1/T_s$ — относительные постоянные времени; в обозначениях $T_d(t) = \alpha_0(t)T_s$, $h_{ij}(t)$ для упрощения записи опущена зависимость от t ; $T_s = 1/\omega_s$.

Пусть $\mathbf{Y}_{в.с}^0$ — значение вектора состояний в стационарном режиме, а $\mathbf{X}_{в.с}$ — вектор приращений, тогда

$$\mathbf{Y}_{в.с} = \mathbf{Y}_{в.с}^0 + \mathbf{X}_{в.с}. \quad (4.2)$$

На основании (4.1) и (4.2) справедливо линеаризованное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{в.с}(n+1) = & \mathbf{H}(T) \mathbf{X}_{в.с}(n) + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n-1)} \mathbf{X}_{в.с}(n-1) + \\ & + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n)} \mathbf{X}_{в.с}(n) + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n+1)} \mathbf{X}_{в.с}(n+1) + \\ & + \frac{\partial \mathbf{C}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n)} \mathbf{X}_{в.с}(n) + \frac{\partial \mathbf{C}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n+1)} \mathbf{X}_{в.с}(n+1) + \\ & + \frac{\partial \mathbf{C}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n-1)} \mathbf{X}_{в.с}(n-1) + \frac{\partial \mathbf{R}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n)} \mathbf{X}_{в.с}(n) + \\ & + \frac{\partial \mathbf{R}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n-1)} \mathbf{X}_{в.с}(n-1) + \frac{\partial \mathbf{R}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T(n+1)} \mathbf{X}_{в.с}(n+1), \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $\mathbf{Y}_{в.с}^T$ — транспонированный вектор; векторные функции \mathbf{F}' , \mathbf{C}' , \mathbf{R}' соответственно равны

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{S}(\tau) \mathbf{z}(\tau) d\tau; \quad \mathbf{C}' = \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{U}(\tau) u_0 d\tau; \\ \mathbf{R}' &= \int_0^T \mathbf{H}(T-\tau) \mathbf{N}(\tau) Q_0 d\tau. \end{aligned}$$

В связи с тем, что матрицы \mathbf{R}' и \mathbf{C}' не зависят от компонентов вектора \mathbf{Y} на всем интервале решения, то

$$\frac{\partial \mathbf{R}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T} \equiv 0; \quad \frac{\partial \mathbf{C}'}{\partial \mathbf{Y}_{в.с}^T} \equiv 0.$$

* \mathcal{L}^{-1} — символ обратного преобразования Лапласа.

Таблица 4.1

Элемент	Выражение
h_{11}	$e^{-\frac{t}{\alpha_0 T_s}}$
h_{21}	$k_1 k_3 T_s (\alpha_0 - \alpha_1) \left[-1 + \frac{4\alpha_0^3}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_0 T_s}} - \right. \\ \left. - \frac{4\alpha_2^3}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} + 2 \frac{\alpha_0 + \alpha_2}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t + \right. \\ \left. + \frac{4\alpha_0\alpha_2 - 1}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t \right]$
h_{22}	1
h_{44}, h_{23}, h_{33}	$\cos 2\omega_s t$
h_{43}, h_{24}, h_{34}	$-\frac{1}{2T_s} \sin 2\omega_s t$
h_{25}	$k_3 T_s \left[\frac{4\alpha_2^3}{(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} - \alpha_2 + \frac{\alpha_2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t + \right. \\ \left. + \frac{2\alpha_2^2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t \right]$
h_{31}	$k_1 k_3 T_s (\alpha_0 - \alpha_1) \left[-\frac{\alpha_0}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_0 T_s}} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_2}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} + 2 \frac{(\alpha_0 + \alpha_2)}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t + \right. \\ \left. + \frac{(4\alpha_0\alpha_2 - 1)}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t \right]$
h_{35}	$k_3 T_s \left[-\frac{\alpha_2}{(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} + \frac{\alpha_2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t - \right. \\ \left. - \frac{2\alpha_2^2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t \right]$

Элемент	Выражение
h_{41}	$k_1 k_3 (\alpha_0 - \alpha_1) \left[\frac{4\alpha_0^2}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_0 T_s}} - \right.$ $- \frac{4\alpha_2^2}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} + 2 \frac{(4\alpha_0\alpha_2 - 1)}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t -$ $\left. - \frac{4(\alpha_0 + \alpha_2)}{(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t \right]$
h_{45}	$k_3 \left[\frac{4\alpha_2^2}{(1 + 4\alpha_2^2)} e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} + \frac{4\alpha_2^2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \cos 2\omega_s t + \frac{2\alpha_2}{(1 + 4\alpha_2^2)} \sin 2\omega_s t \right]$
h_{51}	$k_1 \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_2} \left[e^{-\frac{t}{\alpha_0 T_s}} - e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}} \right]$
h_{52}, h_{53}	0
h_{55}	$e^{-\frac{t}{\alpha_2 T_s}}$

Рассмотрим подробнее векторную функцию \mathbf{F}' , учитывающую влияние импульсной последовательности $z(t)$ на приращение вектора $\mathbf{Y}_{в.с.}$. Принимая во внимание обобщенную модель ИАЗ, в общем виде получим:

$$\mathbf{F}' = \int_0^{t_1} \mathbf{H}(T - \tau) \mathbf{S}(\tau) z_1(\tau) d\tau + \int_{t_2}^T \mathbf{H}(T - \tau) \mathbf{S}(\tau) z_2(\tau) d\tau.$$

Для рассматриваемых типов измерителей сигнал $z_1(t)$ и момент времени t_1 могут являться функциями дискретных значений огибающей $a(n-1)$ или $a(n)$, а $z_2(t)$ и t_2 зависят от $a(n)$ и $a(n+1)$. Поэтому допустима запись

$$\mathbf{F}_1[a(n-1), a(n)] = \int_0^{t_1} \mathbf{H}(T - \tau) \mathbf{S}(\tau) z_1(\tau) d\tau;$$

$$\mathbf{F}_2[a(n+1), a(n)] = \int_{t_2}^T \mathbf{H}(T - \tau) \mathbf{S}(\tau) z_2(\tau) d\tau.$$

В результате для уравнения в отклонениях справедливо

$$\mathbf{X}_{в.с.}(n+1)[\mathbf{I} - \mathbf{L}] = [\mathbf{H}(T) + \mathbf{D} + \mathbf{P}] \mathbf{X}_{в.с.}(n) + \mathbf{T} \mathbf{X}_{в.с.}(n-1), \quad (4.4)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица; $\mathbf{L} = \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n+1)}$; $\mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n)}$;

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n)}; \quad \mathbf{T} = \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n-1)}.$$

Обозначив $\mathbf{I} - \mathbf{L} = \mathbf{G}$ и $\mathbf{H} + \mathbf{D} + \mathbf{P} = \mathbf{M}$, после z -преобразования уравнения (4.4) при нулевых начальных условиях найдем

$$\mathbf{G}\mathbf{X}_{\text{в.с}}(z)z^2 = \mathbf{M}\mathbf{X}_{\text{в.с}}(z)z + \mathbf{T}\mathbf{X}_{\text{в.с}}(z),$$

откуда получаем характеристическое уравнение системы стабилизации

$$\det[\mathbf{G}z^2 - \mathbf{M}z - \mathbf{T}] = 0. \quad (4.5)$$

Найденная модель является общей для всех рассматриваемых типов измерителей, так как влияние конкретного способа измерения проявляется только в изменении вида выражения для производных

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n)}; \quad \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n)}; \quad \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n+1)}; \quad \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{Y}_{\text{в.с}}^T(n-1)}.$$

При численных расчетах на ЭВМ по методу временного припасовывания периодическая нестационарность линейной части АД может быть учтена тем, что в передаточной матрице $\mathbf{H}(T)$ используется основная постоянная времени детектора $T_{\text{дет}}$, а в векторной функции \mathbf{F} — постоянная времени $T_{\text{дин}}$, обусловленная динамическим сопротивлением диода.

Заметим, что для физически измеримых координат y_1, y_2, y_5 разностное уравнение (4.1) имеет вид

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} y_1(n+1) \\ y_2(n+1) \\ y_5(n+1) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{25} \\ h_{51} & 0 & h_{55} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ y_5(n) \end{vmatrix} + \\ &+ \begin{vmatrix} \int_0^T b_{11}(\tau)z(\tau)d\tau \\ \int_0^T b_{21}(\tau)z(\tau)d\tau \\ \int_0^T b_{51}(\tau)z(\tau)d\tau \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{51} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{51} \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где $\mathbf{B}(\tau) = \mathbf{H}(T - \tau)\mathbf{S}(\tau)$.

В дальнейшем рассматриваем только укороченный вектор $\mathbf{Y}_{\text{в.с}}$ и уравнение (4.6). Выражения для элементов матрицы $\mathbf{B}(\tau)$ приведены в табл. 4.2, а элементы матриц \mathbf{C}' и \mathbf{R}' соответственно равны: $r_{11} = r_{21} = 0$; $r_{51} = -2\pi T_s k_3 Q_0$; $c_{11} = 0$; $c_{21} = u_0 T_s k_3 k_1 [2\pi +$

Элемент	Выражение
$b_{11}(\tau)$	$\frac{k_d}{\alpha_0 T_s} e^{\frac{\omega_s \tau - 2\pi}{\alpha_0}}$
$b_{21}(\tau)$	$k_1 k_d k_3 \left\{ -1 + \frac{4(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_0^2}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} e^{\frac{\omega_s \tau - 2\pi}{\alpha_0}} + \right.$ $+ 4 \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} - \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_2^3}{\alpha_0(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} \right] e^{\frac{\omega_s \tau - 2\pi}{\alpha_1}} +$ $+ \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)(4\alpha_0 \alpha_2 - 1)}{\alpha_0(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \right] \cos 2\omega_s \tau -$ $\left. - 2 \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)(\alpha_0 + \alpha_2)}{\alpha_0(1 + 4\alpha_0^2)(1 + 4\alpha_2^2)} \right] \sin 2\omega_s \tau \right\}$
$b_{51}(\tau)$	$\frac{k_1 k_d}{T_s} \left[\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0(\alpha_0 - \alpha_2)} e^{\frac{\omega_s \tau - 2\pi}{\alpha_0}} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_0(\alpha_0 - \alpha_2)} e^{\frac{\omega_s \tau - 2\pi}{\alpha_2}} \right]$

$+ 4\alpha_2^3 (e^{-\frac{2\pi}{\alpha_2}} - 1) / (1 + 4\alpha_2^2)$; $c_{51} = u_0 k_1 (e^{-\frac{2\pi}{\alpha_2}} - 1)$. В связи с тем что функции F_1 и F_2 зависят только от составляющей y_2 вектора $Y_{в.с.}$, матрицы D , T , P , L имеют вид:

$$D = \begin{Bmatrix} 0 & d_{12} & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & d_{32} & 0 \end{Bmatrix}; \quad T = \begin{Bmatrix} 0 & t_{12} & 0 \\ 0 & t_{22} & 0 \\ 0 & t_{32} & 0 \end{Bmatrix};$$

$$P = \begin{Bmatrix} 0 & p_{12} & 0 \\ 0 & p_{22} & 0 \\ 0 & p_{32} & 0 \end{Bmatrix}; \quad L = \begin{Bmatrix} 0 & l_{12} & 0 \\ 0 & l_{22} & 0 \\ 0 & l_{32} & 0 \end{Bmatrix}.$$

Уравнения (4.5), (4.6) и (4.1) позволяют исследовать динамические и статические характеристики систем стабилизации амплитуды с различными измерителями в малой области отклонений от стационарного режима.

4.2. Анализ устойчивости и переходных процессов в системах стабилизации амплитуды с импульсным измерителем

На рис. 4.3 приведена схема системы автоматической стабилизации амплитуды колебаний с использованием в контуре управления линейного импульсного измерителя амплитудного значения.

Таблица 4.3

Элемент	Выражение
d_{12}^c	$a_0 k_d \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\alpha_0}} \right)$
d_{22}^c	$a_0 k_1 k_d k_3 T_s \left\{ -2\pi + \frac{4(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_0^3}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\alpha_0}} \right) + \right.$ $\left. + 4 \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2^3}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} - \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_2^4}{\alpha_0(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} \right] \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\alpha_2}} \right) \right\}$
d_{32}^c	$a_0 k_1 k_d \left[\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\alpha_0}} \right) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{\alpha_2}} \right) \right]$

Таблица 4.4

Элемент	Выражение
d_{12}^n	$a_0 k_d \left[1 - e^{(\varphi_3 - 2\pi)/\alpha_0} \right]$
d_{22}^n	$a_0 k_1 k_d k_3 T_s \left\{ \varphi_3 - 2\pi + \frac{4\alpha_0^3(\alpha_0 - \alpha_1)}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} \left(1 - e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_0}} \right) + \right.$ $\left. + 4 \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2^3}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} - \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_2^4}{\alpha_0(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_2^2)} \right] \left(1 - e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_2}} \right) - \right.$ $\left. - 0,5 \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)(4\alpha_0\alpha_2 - 1)}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)(1 + 4\alpha_0^2)} \right] \sin 2\varphi_3 - \right.$ $\left. - \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)(\alpha_0 + \alpha_2)}{\alpha_0(1 + 4\alpha_2^2)(1 + 4\alpha_0^2)} \right] (\cos 2\varphi_3 - 1) \right\}$
d_{32}^n	$a_0 k_1 k_d \left[\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(1 - e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_0}} \right) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(1 - e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_2}} \right) \right]$

Таблица 4.5

Элемент	Выражение
t_{12}^n	$a_0 k_d \left(e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_0}} - e^{\frac{-2\pi}{\alpha_0}} \right)$
t_{22}^n	$a_0 k_d k_1 k_3 T_s \left\{ -\varphi_3 + \frac{4\alpha_0^3 (\alpha_0 - \alpha_1)}{(\alpha_0 - \alpha_2)(1 + 4\alpha_0^2)} \left(e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_0}} - e^{\frac{-2\pi}{\alpha_0}} \right) + \right.$ $+ 4 \left[\frac{\alpha_1 \alpha_2^3}{\alpha_0 (1 + 4\alpha_0^2)} - \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) \alpha_2^4}{\alpha_0 (\alpha_0 - \alpha_2) (1 + 4\alpha_2^2)} \left(e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_2}} - e^{\frac{-2\pi}{\alpha_2}} \right) \right] +$ $+ 0,5 \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0 (1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) (4\alpha_0 \alpha_2 - 1)}{\alpha_0 (4\alpha_0^2 + 1) (1 + 4\alpha_2^2)} \right] \sin 2\varphi_3 -$ $\left. - \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_0 (1 + 4\alpha_2^2)} + \frac{(\alpha_0 - \alpha_1) (\alpha_0 + \alpha_2)}{\alpha_0 (1 + 4\alpha_0^2) (1 + 4\alpha_2^2)} \right] (1 - \cos 2\varphi_3) \right\}$
t_{32}^n	$a_0 k_1 k_d \left[\frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_0}} - e^{\frac{-2\pi}{\alpha_0}} \right) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_0 - \alpha_2} \left(e^{\frac{\varphi_3 - 2\pi}{\alpha_2}} - e^{\frac{-2\pi}{\alpha_2}} \right) \right]$

Итак, пусть $T_1 = T_2 = T_d = 0$, т. е. $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Тогда для системы стабилизации с ИАС имеем

$$\mathbf{G} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{M} = \begin{Bmatrix} 0 & d_{12}^c & 0 \\ 0 & d_{22}^c + 1 & 0 \\ 0 & d_{32}^c & 0 \end{Bmatrix},$$

где $d_{12}^c = a_0 k_d$; $d_{22}^c = -a_0 T_s k_1 k_d k_3 2\pi$; $d_{32}^c = 0$. Обозначив $k_0^c = -(1 + d_{22}^c)$, перейдем к характеристическому уравнению

$$z + k_0^c = 0.$$

Используя преобразование $z = (1 + w)/(1 - w)$ и критерий Гурвица, условие устойчивости получим в виде

$$0 \leq a_0 k_1 k_{y.z} k_d \leq 2/\pi. \quad (4.7)$$

Величина $a_0 k_1 k_{y.z} k_d$ имеет смысл петлевого усиления, в дальнейшем она обозначается через η . Для исследования переходных процессов в системе с ИАС при $\alpha_i = 0$ найдем разностное уравнение, выражающее зависимость последующего значения амплитуды от предыдущего. На основании (4.6)

$$y_2(n+1) = y_2(n) - \pi \eta' [y_2(n) - a(n)];$$

$$a(n) = a_0 \exp[y_2(n)], \quad \eta' = k_1 k_d k_{y.z},$$

откуда

$$a^*(n+1) = a^*(n) \exp \{-\pi\eta [a^*(n) - 1]\}, \quad (4.8)$$

где $a^*(n) = a(n)/a_0$ — нормированное значение амплитуды.

Уравнение (4.8) позволяет построить переходный процесс для области малых отклонений от стационарного режима. Построение может быть выполнено аналитически или графически с использованием семейства вспомогательных функций

$$\mathcal{F}_j(a^*) = a^* \exp [-\pi\eta_j (a^* - 1)].$$

Известно, что длительность переходного процесса дискретной системы вида (4.6) приближенно можно оценить по выражению

$$t_n \leq 3/\ln(1/z_m) = 1,3/\lg(1/z_m), \quad (4.9)$$

где z_m — модуль минимального из корней характеристического полинома системы; t_n — длительность переходного процесса в периодах. Для определения оптимального значения параметра $\eta_{\text{опт}}$, при котором длительность переходного процесса минимальна, построим зависимость значения корня z_m уравнения (4.8) от η . График этой зависимости приведен на рис. 4.4. Очевидно, что при $\eta = \eta_{\text{опт}} = 1/\pi$ выполняется условие $z_m = 0$ и длительность переходного процесса составляет не более одного периода основных колебаний. На рис. 4.5 показаны переходные процессы для различных значений параметра η . Область устойчивости для общего случая системы с ИАС, т. е. при $\alpha_0 \neq 0$ и $\alpha_2 \neq 0$, приведена на рис. 4.6.

Одним из важнейших параметров, характеризующих качество формы выходных колебаний в установившемся режиме, является коэффициент гармоник. Как было установлено, нелинейные искажения выходного сигнала линейного управляемого колебательного

звена складываются из двух основных составляющих, одна из которых обусловлена неидеальностью функциональных блоков схемы, в частности параметрического устройства и активного эле-

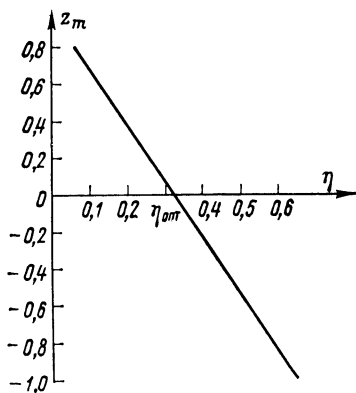


Рис. 4.4. Зависимость наименьшего корня характеристического полинома системы с ИАС от эквивалентного коэффициента усиления η

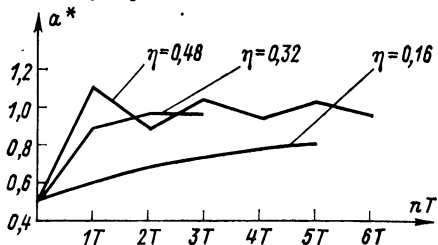


Рис. 4.5. Переходные процессы в САС с измерителем типа ИАС при различных значениях коэффициента усиления η

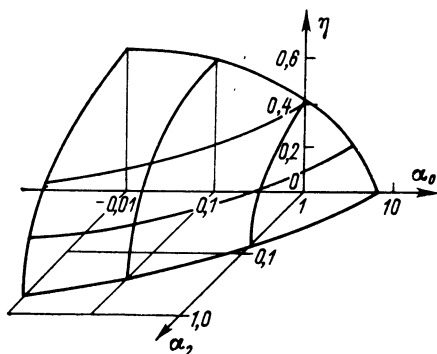


Рис. 4.6. Область устойчивости САС с измерителем типа ИАС

ством технической реализации функциональных элементов схемы. В связи с тем, что вторая составляющая зависит не только от параметров системы, но и от способа измерения огибающей, т. е. от выбранного типа ИАЗ, в дальнейшем эту величину будем именовать «методической составляющей нелинейных искажений».

Простейшим случаем для анализа методической составляющей нелинейных искажений являются системы с ИАЗ типа ИАС и ИАП. Действительно, непосредственно из описания измерителей следует, что в установившемся режиме на выходе существует только постоянная составляющая, а высшие гармоники равны нулю. Следовательно, системы стабилизации с линейными импульсными элементами не обладают методической составляющей нелинейных искажений и в этом смысле наиболее перспективны для построения генераторов со сверхмалыми нелинейными искажениями (0,001 % и ниже).

Для оценки стабильности установившихся колебаний используем функцию чувствительности затухания колебательного звена. Если принять $\alpha_i = 0$, то $0,5\Phi_{02}(\alpha_0)\cos\varphi_2 = 0$. При этом условии имеем $S_{\Phi}^a = -1/\pi$. Для оптимального по быстродействию петлевого усиления $\eta_{\text{опт}} = 1/\pi$ значение функции чувствительности $S_{\Phi 0}^a = -\pi$, а минимальная чувствительность системы с ИАС $S_{\Phi m}^a = -1,5$.

По аналогии с измерителем ИАС для системы стабилизации с ИАП при $\alpha_i = 0$ и $\tau_s = \pi/4$ можно получить следующее условие устойчивости:

$$0 \leq \eta \leq 4/\pi. \quad (4.10)$$

Переходный процесс в системе с ИАП определяется уравнением

$$a(n+1) = a(n) \exp \{-\pi\eta' [0,25 [a(n-1) - a_0] + 0,75 [a(n) - a_0]]\}.$$

Для нормированной амплитуды имеем

$$a^*(n+1) = a^*(n) \exp \{-\pi\eta [0,25 [a^*(n-1) - 1] + 0,75 [a^*(n) - 1]]\}. \quad (4.11)$$

мента УКЗ, а вторая — определяется спектральным составом сигнала управления.

По аналогии с терминологией, принятой в измерительной технике, введем в рассмотрение аппаратную и методическую составляющие нелинейных искажений, причем под термином «аппаратурная составляющая нелинейных искажений» будем понимать составляющую искажений, характеризующую степень близости реального УКЗ к идеальному и определяемую каче-

Длительность переходного процесса в системе с ИАП при $\alpha_i = 0$ зависит от модуля минимального из корней z_m характеристического уравнения второго порядка. Зависимость $z_m = f(\eta)$ показана на рис. 4.7, откуда следует, что оптимальное значение петлевого усиления $\eta_{\text{опт}} = 0,144$, при котором длительность переходного процесса минимальна и составляет 4—6 периодов. На рис. 4.8 приведены графики переходных процессов, рассчитанные для различных значений η . Область устойчивости для общего случая системы с ИАП приведена на рис. 4.9.

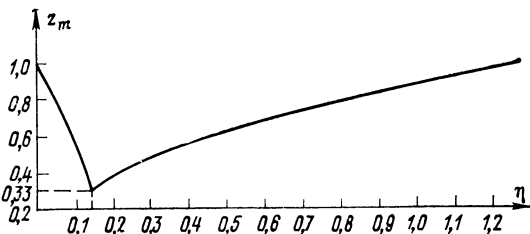


Рис. 4.7. Зависимость наименьшего корня характеристического полинома системы с ИАП от эквивалентного коэффициента усиления η

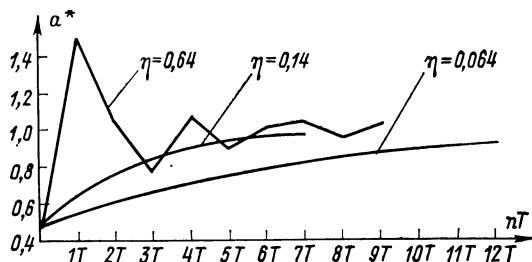


Рис. 4.8. Переходные процессы в САС с измерителем типа ИАП

Проведенный анализ статического и динамического режимов САС с измерителями типа ИАС и ИАП приводят к следующим выводам:

измерители этого типа позволяют получить время переходного процесса в системе при параметрических и сигнальных возмущениях в пределах 1—6 периодов основных колебаний;

в связи с тем что методическая составляющая нелинейных искажений выходного сигнала УКЗ равна нулю во всем диапазоне генерируемых частот и амплитуд, эти ИАЗ наиболее эффективны для построения генераторов с предельно малыми нелинейными искажениями;

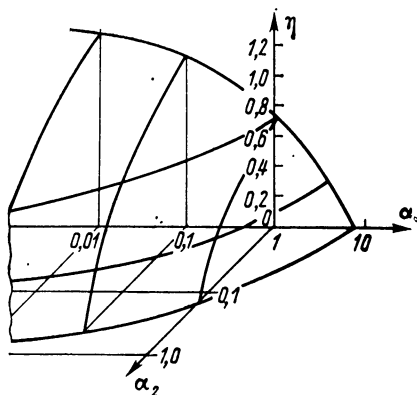


Рис. 4.9. Область устойчивости САС с измерителем типа ИАП

стабильность амплитуды выходных колебаний, определяемая функцией чувствительности и диапазоном параметрических возмущений, невелика, так как огра-

ничена величиной $S_{\Phi}^a = 1,5$. Сле-

довательно, при построении ГСС по одноконтурной схеме с измерителями рассматриваемого типа необходимо тщательное выполнение ЛЧЗ с целью исключения возмущений ρ или σ в зависимости от вида регулируемого параметра.

4.3. Исследование системы стабилизации амплитуды колебаний с амплитудным детектором

В § 3.3 показано, что работа амплитудных детекторов описывается нелинейной импульсной моделью (3.15) и (3.19), из которой следует, что в установившемся режиме сигнал управления $u_d(t)$ в САС, помимо постоянной составляющей $u_{до}$, содержит также основную и высшие гармоники u_{dk} ($k = 1, 2, 3, \dots$), обусловленные пульсациями на выходе НИЭ.

Принимая во внимание, что вторая гармоника сигнала управления входит в условие существования стационарного режима (2.15) и в выражение для определения частоты колебаний (2.16), следует предположить, что параметры стационарного режима a_0 , ω_0 меняются при перестройке частоты, при неизменных параметрах регулятора.

Следовательно, наряду с исследованием устойчивости системы, необходим анализ стационарного режима с целью определения характера и степени влияния высших гармоник сигнала управления на амплитуду и частоту. В связи с тем что описания детекторов отклонений и амплитудного существенно различаются, анализ проведем для каждого типа измерителя отдельно, используя обобщенную структурную схему одноконтурной САС, приведенную на рис. 4.10.

А. Система стабилизации с детектором отклонений. В установившемся режиме сигнал на выходе НИЭ детектора отклонений (ДО) удовлетворяет уравнениям:

$$z_{д.о.}(t) = \begin{cases} a_0 \cos \omega_0 t - b_0, & 0 \leq \omega_0 t \leq b; \\ 0, & b < \omega_0 t < 2\pi - b; \\ a_0 \cos \omega_0 t - b_0, & 2\pi - b \leq \omega_0 t \leq 2\pi, \end{cases} \quad (4.12)$$

где $b = \arccos(b_0/a_0)$; b_0 — зона нечувствительности ДО (рис. 3.11, а).

Из выражения (4.12) следует, что $z_{д.о.}(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле, поэтому допустимо разложение

$$z_{д.о.}(t) = z_0/2 + \sum_{k=1}^{\infty} z_k \cos k\omega_0 t. \quad (4.13)$$

Определим амплитуды соответствующих гармоник z_k в (4.13) через амплитуду установившихся колебаний a_0 и коэффициенты Фурье:

$$z_k = a_0 g_k(\mu); \quad (4.14)$$

$$g_k(\mu) = \frac{1}{\pi\mu} \int_{-b}^b (\mu \cos \varphi - 1) \cos k\varphi d\varphi,$$

где $\mu = a_0/b_0$ — относительная амплитуда. Выражения для $g_k(\mu)$, вплоть до третьей гармоники, полученные на основании (4.12) и (4.14), приведены в табл. 4.6.

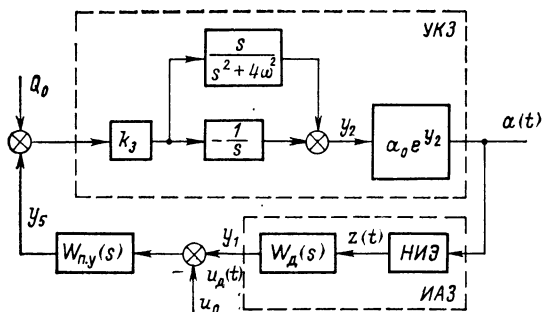


Рис. 4.10. Структурная схема одноконтурной САС с амплитудным детектором

Амплитуда стационарных колебаний может быть определена на основании общего соотношения (2.15). Учитывая структуру САС (рис. 4.10), найдем

$$\mu \left[g_0(\mu) - \frac{g_2(\mu)}{k_1 k_{д.о}} |W_{п.у}(j2\omega_0)| |W_{д.о}(j2\omega_0)| \cos \varphi_2 \right] = 2 \frac{k_1 u_0 - Q_0}{k_{д.о} k_1 b_0}, \quad (4.15)$$

где

$$\varphi_2 = \arctg \left\{ \frac{\text{Im } W_{п.у}(j2\omega_0)}{\text{Re } W_{п.у}(j2\omega_0)} \right\} + \arctg \left\{ \frac{\text{Im } W_{д.о}(j2\omega_0)}{\text{Re } W_{д.о}(j2\omega_0)} \right\},$$

— общий фазовый сдвиг.

Таблица 4.6

g_i	Выражение
g_0	$\frac{1}{\pi\mu} (\mu \sin b - b)$
g_1	$\frac{1}{\pi\mu} \left[\mu \left(b + \frac{1}{2} \sin 2b \right) - 2 \sin 2b \right]$
g_2	$\frac{1}{\pi\mu} \left\{ \mu \frac{2}{3} \sin \left[2b - \arctg \left(\frac{\text{tg } b}{2} \right) \right] \sqrt{4 \cos^2 b + \sin^2 b} - \sin 2b \right\}$
g_3	$\frac{1}{\pi\mu} \left\{ \frac{1}{4} \mu \sin \left[3b - \arctg \left(\frac{\text{tg } b}{3} \right) \right] \sqrt{9 \cos^2 b + \sin^2 b} - \frac{2}{3} \sin 3b \right\}$

На основании (4.15), при известном значении правой части и заданных постоянных α_0 , α_1 , α_2 можно определить значение μ_0 , а следовательно, амплитуду a_0 .

Так как общий фазовый сдвиг φ_2 и модули передаточных функций $W_{п.у}(s)$ и $W_{д.о}(s)$ зависят от частоты колебаний ω , из уравнения (4.15) непосредственно следует, что в САС с измерителями типа ДО амплитуда стационарных колебаний зависит от частоты ω_0 , поэтому при перестройке частоты появляется частотная погреш-

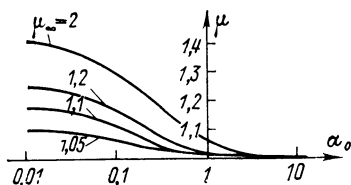


Рис. 4.11. Зависимость установившейся относительной амплитуды в САС с детектором отклонений от безразмерной частоты колебаний α_0

ность стабилизации, обусловленная влиянием второй гармоники сигнала управления.

В предельном случае, при бесконечной частоте колебаний уравнение (4.15) преобразуется к виду

$$g_0(\mu_\infty) \mu_\infty = 2 \frac{k_1 u_0 - Q_0}{k_{д.о} k_1 b_0}, \quad (4.16)$$

так как

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \{ |g_2(\mu)| |W_{п.у}(j2\omega)| |W_{д.о}(j2\omega)| \cos \varphi_2 \} = 0.$$

В выражении (4.16) символ « ∞ » обозначает, что значение относительной амплитуды определяется на бесконечно большой частоте. Полученное выражение позволяет, задаваясь величиной μ_∞ , определить необходимое значение правой части (4.16): $L = 2(k_1 u_0 - Q_0 / k_{д.о} k_1 b_0)$ и, наоборот, зная u_0 , k_1 , $k_{д.о}$, b_0 , Q_0 , получить значение μ_∞ . Используя уравнение (4.15), получим зависимость $\mu = f(\alpha_0)$, приведенную на рис. 4.11.

Соотношения (4.15) и (4.16), а также графическая зависимость рис. 4.11 позволяют по известным параметрам системы стабилизации определить значение относительной амплитуды μ или по заданной погрешности стабилизации выбрать допустимый диапазон изменения α_0 и α_2 .

Согласно выражению (2.16), под влиянием второй гармоники в сигнале управления $z(t)$, в установившемся режиме частота колебаний отличается от заданной, причем поправка определяется соотношением

$$\omega_\Delta = \frac{\Delta \omega}{\omega} = 0,25 h(\rho, \sigma) \Phi_{02}(a_0) \sin \varphi_2. \quad (4.17)$$

В этом уравнении сомножитель $h(\rho, \sigma)/4$ характеризует влияние конкретного типа ЛЧЗ, в дальнейшем положим $h(\rho, \sigma)/4 = 1$, тогда

$$\omega_\Delta = 0,5 a_0 k_{y.з} g_2(\mu) |W_{п.у}(j2\omega_0)| |W_{д.о}(j2\omega_0)| \sin \varphi_2. \quad (4.18)$$

Полученное выражение позволяет определить поправку на частоту, обусловленную второй гармоникой сигнала управления.

Из соотношения (2.17) также следует, что первая гармоника z_1 порождает постоянную составляющую $u_{п.}$ в выходном сигнале колебательного звена, причем относительное значение $u_{п.}^*$ определяется выражением

$$u_{п.}^* = u_{п.}/a_0 = -\Phi_{01}(a_0) \cos \varphi_2. \quad (4.19)$$

Используя общие соотношения (2.17), найдем зависимость коэффициента гармоник выходных колебаний в системе с детектором отклонений от спектрального состава сигнала управления. Для рассматриваемого случая на основании (2.17) выражение для

коэффициента гармоник запишем в виде

$$\kappa = \left[\frac{h(\rho, \sigma)}{2} \eta \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Gamma_n^2}{(1-n^2)^2}} \right] 100 \%, \quad (4.20)$$

где амплитуды соответствующих гармоник Γ_n определяются выражениями (2.17), а коэффициент $h(\rho, \sigma)$ учитывает реальные свойства конкретной частотно-задающей схемы. Полагая, как и ранее, $0,5h(\rho, \sigma) = 1$, получим

$$\kappa = \left\{ \eta \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Gamma_n^2}{(1-n^2)^2}} \right\} 100 \%, \quad (4.21)$$

где

$$A_n^c = g_n(\mu) \frac{1}{\alpha_0^2 n^2 + 1}; \quad A_n^s = g_n(\mu) \frac{n\alpha_0}{\alpha_0^2 n^2 + 1};$$

$$\Gamma_n^2 = \sqrt{(A_{n-1}^c - A_{n+1}^c)^2 + (A_{n-1}^s - A_{n+1}^s)^2}.$$

При выводе (4.21) принималось, что $W_{п.у}(s) = k_1$. Поэтому полученное выражение дает оценку верхней границы уровня нелинейных искажений. В действительности фильтрующие свойства цепи $W_{п.у}(s)$ дополнительно снижают уровень высших гармоник на входе исполнительного элемента, а следовательно, уменьшают уровень нелинейных искажений выходных колебаний.

Ограничиваясь первыми тремя гармониками, получим семейство характеристик $\kappa = \kappa(\mu, \alpha_0)$, позволяющих оценить уровень нелинейных искажений, обусловленный спектром сигнала управления при известных параметрах системы стабилизации и стационарного режима. Графическая зависимость нелинейных искажений от безразмерной частоты α_0 приведена на рис. 4.12.

Как и ранее, при исследовании САС с ИАС и ИАП оценку стабильности установившихся колебаний произведем по функции чувствительности амплитуды к изменению затухания. Для этого запишем условие (2.15) в виде:

$$\begin{aligned} & 0,5a_0g_0(\mu)k_1k_3k_{д.о} - \\ & - u_0k_1k_3 + Q_0k_3 - \\ & - 0,5a_0g_2(\mu)|W_{п.у}(j2\omega_0)| \times \\ & \times |W_{д.о}(j2\omega_0)|k_3 \cos \varphi_2 = 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

и, учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_k(\mu)}{\partial a} &= -\frac{g_k(\mu)}{a} + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \cos \varphi \cos k\varphi d\varphi; \\ \frac{\pi}{4} &\approx \sin x + \frac{\sin 3x}{3}, \end{aligned}$$

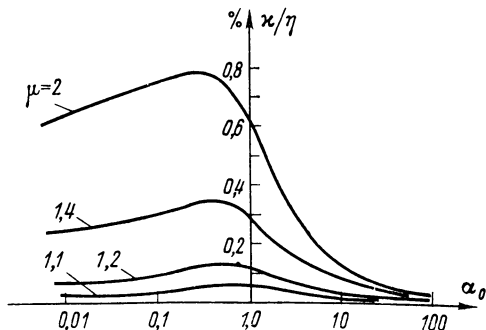


Рис. 4.12. Зависимость нормированного коэффициента нелинейных искажений в САС с детектором отклонений от безразмерной частоты колебаний

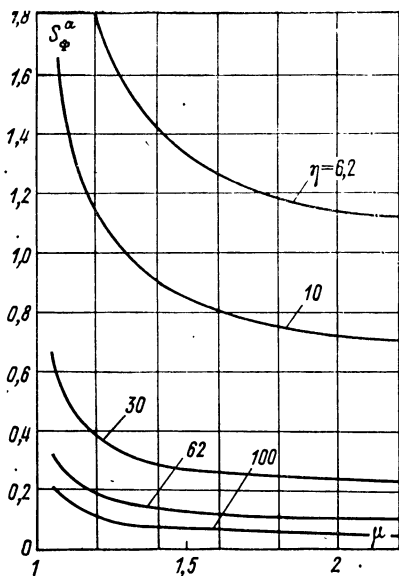


Рис. 4.13. Функции чувствительности амплитуды в САС с детектором отклонений

в заданном диапазоне параметрических и сигнальных возмущений.

Для исследования устойчивости САС с детектором отклонений (ДО) обратимся к уравнениям (4.3) и (4.6). При этом учтем, что сигнал на выходе НИЭ ДО удовлетворяет выражениям:

$$z_{д.о}(t) = \begin{cases} z_1 = a(n) \cos \varphi - b_0, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_1; \\ 0, & \varphi_1 \leq \varphi < 2\pi - \varphi_2; \\ z_2 = a(n+1) \cos \varphi - b_0, & 2\pi - \varphi_2 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{cases} \quad (4.25)$$

а соответствующие функции F_1 и F_2 равны:

$$F_1 = T \int_0^{\varphi_1} B(\varphi) [a(n) \cos \varphi - b_0] d\varphi; \quad (4.26)$$

$$F_2 = T \int_{2\pi - \varphi_2}^{2\pi} B(\varphi) [a(n+1) \cos \varphi - b_0] d\varphi,$$

где $\varphi_1 = \arctg[b_0/a(n)]$; $\varphi_2 = \arctg[b_0/a(n+1)]$; $\varphi = \omega\tau$.

Учитывая, что элементы матрицы $B(\varphi)$ не зависят от огибающей, а углы φ_1 и φ_2 есть функции значения огибающей в n и $n+1$ моменты времени, найдем выражения для элементов матриц D , P , L , T . На основании (4.22) и (4.26) получим: $P \equiv 0$; $T \equiv 0$.

окончательно на основании (4.22) и (2.55) получим

$$S_{\Phi}^a = - \left\{ 0,5\eta \left[\frac{\sin b}{\pi} - \frac{\cos \varphi_2 |W_{п.у}(j2\omega_0)| |W_{д.о}(j2\omega_0)|}{8k_1 k_{до}} \right] \right\}^{-1}. \quad (4.23)$$

При $\omega \rightarrow \infty$ выражение (4.23) примет вид

$$S_{\Phi}^{a\infty} = - \left[\frac{\eta}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{\mu^2}} \right]^{-1}. \quad (4.24)$$

Обозначив $2\pi/\eta = k_3$, построим семейство характеристик функций чувствительности $S_{\Phi}^{a\infty}$ (рис. 4.13) в зависимости от петлевого усиления и относительной амплитуды μ . Полученные кривые позволяют определить стабильность амплитуды колебаний.

В то же время

$$\mathbf{D}_{\text{д.о}} = a_0 T \int_0^{\Phi_1} \mathbf{B}(\varphi) \cos \varphi d\varphi;$$

$$\mathbf{L}_{\text{д.о}} = a_0 T \int_{2\pi-\Phi_2}^{2\pi} \mathbf{B}(\varphi) \cos \varphi d\varphi.$$

Тогда элементы матрицы \mathbf{G} и \mathbf{M} $g_{ij} = i_{ij} - l_{ij}$; $m_{ij} = h_{ij} + d_{ij}$, а характеристическое уравнение системы с ДО имеет вид

$$z^3 k_3^{\text{н}} + z^2 k_2^{\text{н}} + z k_1^{\text{н}} + k_0^{\text{н}} = 0, \quad (4.27)$$

где $k_3^{\text{н}} = g_{22}$; $k_2^{\text{н}} = g_{32}m_{23} - m_{22} - m_{11}g_{22} + g_{12}m_{21} - m_{33}g_{22}$; $k_1^{\text{н}} = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} + m_{22}m_{33} + g_{22}m_{11}m_{33} + g_{12}m_{21}m_{33} + m_{31}g_{12}m_{23} - m_{23}m_{32} - g_{32}m_{11}m_{23}$; $k_0^{\text{н}} = m_{33}m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22}m_{33} + m_{11}m_{23}m_{32} - m_{12}m_{23}m_{31}$.

Условия устойчивости, выраженные через коэффициенты уравнения (4.27), имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta_1 = (k_0^{\text{н}})^2 - (k_3^{\text{н}})^2 < 0; \\ \Delta_2 = [(k_0^{\text{н}})^2 - (k_3^{\text{н}})^2]^2 - (k_1^{\text{н}}k_3^{\text{н}} - k_0^{\text{н}}k_2^{\text{н}})^2 > 0; \\ \Delta_3 = (\Delta_1)^2 + (k_0^{\text{н}}k_2^{\text{н}} - k_1^{\text{н}}k_3^{\text{н}})^3 [2(k_3^{\text{н}})^2 - 2(k_0^{\text{н}})^2 + (k_2^{\text{н}})^2 - (k_1^{\text{н}})^2] + (k_0^{\text{н}}k_1^{\text{н}} - k_2^{\text{н}}k_3^{\text{н}})^2 [(k_3^{\text{н}})^2 - (k_1^{\text{н}})^2 + 2k_0^{\text{н}}k_2^{\text{н}} - 2k_1^{\text{н}}k_3^{\text{н}}] < 0, \end{cases} \quad (4.28)$$

а область устойчивости, построенная в пространстве параметров η , α_0 и α_2 , приведена на рис. 4.14, на котором символом η_r обозначена линия границы области устойчивости в плоскости параметров η , α_0 .

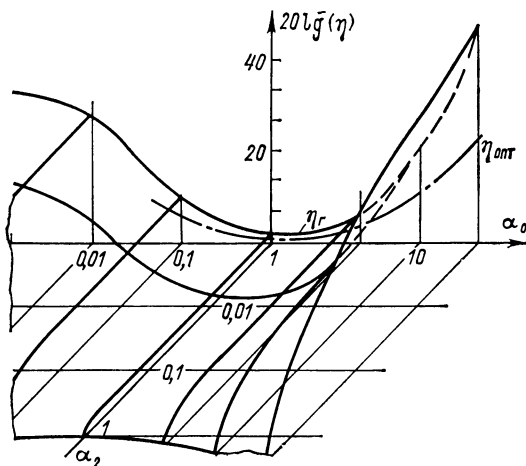


Рис. 4.14. Область устойчивости САС с детектором отклонений

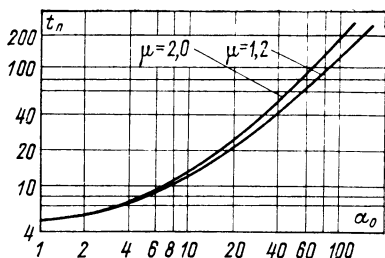


Рис. 4.15. Зависимость времени переходного процесса в САС с детектором отклонений от безразмерной частоты

Исследование переходного процесса может быть выполнено на основании матричного уравнения (4.6), однако непосредственное его решение приводит к итеративной процедуре типа Пеано — Бекера и требует значительных затрат машинного времени. Это связано с тем, что используемая модель измерителя физически не реализуема и правая часть уравнения в момент решения не определена, так как значение вектора $\mathbf{Y}_{в.с}(n+1)$, от которого зависит матричная функция \mathbf{F}_2 , не известно.

Физическое условие $\epsilon \ll 1$ позволяет получить приближенную оценку переходного процесса, при этом погрешность не превышает ϵ^2 [5]. Так как $\dot{a} = \epsilon a f(u_p)$, то скорость изменения амплитуды мала и приближенно можно считать $\mathbf{F}_2[a(n), a(n+1)] \approx \mathbf{F}_2[a(n)]$. В этом случае уравнение (4.6) получает выражение

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{в.с}(n+1) = \mathbf{H}(T) \mathbf{Y}_{в.с}(n) + \mathbf{F}_1[a(n)] + \mathbf{F}_2[a(n)] + \mathbf{C} + \mathbf{R}; \\ a(n+1) = a(n) \exp[y_2(n+1)]. \end{cases} \quad (4.29)$$

Эта система допускает простое численное решение, позволяющее определить время переходного процесса при параметрических и сигнальных возмущениях. На рис. 4.14 штрихами отмечена линия оптимального по быстрдействию значения $\eta_{\text{опт}}$ в зависимости от

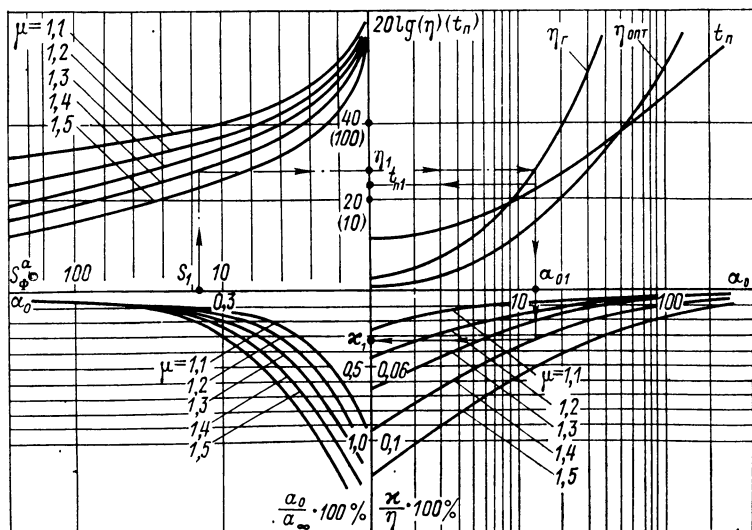


Рис. 4.16. Номограмма для приближенного расчета параметров системы стабилизации амплитуды колебаний генератора с детектором отклонений

α_0 . Зависимость длительности переходного процесса (в числе периодов) от значения α_0 при оптимальных $\eta_{\text{опт}}$ показана на рис. 4.15.

Для проведения приближенного расчета генераторов с детектором отклонений в одноконтурной САС могут использоваться номограммы, приведенные на рис. 4.16. Порядок определения основных параметров системы стабилизации (α_{01} и η_1) по заданным критериям качества S_1 или χ_1 достаточно очевиден и иллюстрирован рис. 4.16. Здесь же приведена зависимость оптимального (в смысле быстродействия) коэффициента передачи $\eta_{\text{опт}}$ и зависимость времени переходного процесса t_n от безразмерной частоты α_0 .

Б. Система стабилизации амплитуды генератора с диодным амплитудным детектором. Математическая модель амплитудного детектора (АД) как элемента системы стабилизации амплитуды колебаний получена в § 3.3 в той же структурной форме, как и модель детектора отклонений (ДО), отличаясь только описанием выходного сигнала $z_{\text{а.д.}}(t)$ импульсного нелинейного элемента во временной области. Поэтому анализ основных показателей одноконтурной системы стабилизации с АД возможен с использованием структурной схемы, приведенной на рис. 4.10.

В связи с тем, что в практических реализациях всегда выполняется соотношение $R_d/R_1 \ll 1$ (см. рис. 3.9), исследование стационарного режима генератора с амплитудным детектором проведем, пренебрегая динамическим сопротивлением диода R_d . Тогда для выходного напряжения детектора $u_{\text{дет}}(t)$ в стационарном режиме справедливы уравнения:

$$u_{\text{дет}}(t) = \begin{cases} a_0 \cos \omega_0 t, & 0 \leq \omega_0 t \leq \psi_1; \\ a_0 \cos \psi_1 \exp \frac{\omega_0 t - \psi_1}{\alpha_0}, & \psi_1 \leq \omega_0 t < 2\pi - \psi_2; \\ a_0 \cos \omega_0 t, & 2\pi - \psi_2 \leq \omega_0 t \leq 2\pi, \end{cases} \quad (4.30)$$

где $\alpha_0 = T_{\text{дет}}/T_s$. Углы отсечки ψ_1 и ψ_2 определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi_1 &= 1/\alpha_0; \\ \cos \psi_1 \exp \left(-\frac{2\pi + \psi_2 + \psi_1}{\alpha_0} \right) &= \cos \psi_2. \end{aligned}$$

Аналогично предыдущему анализу гармонические и постоянную составляющие сигнала $u_{\text{дет}}(t)$ выразим через коэффициенты Фурье, тогда условие существования стационарных колебаний примет следующий вид:

$$g_0(a) - \frac{g_2(a)}{k_1} |W_{\text{п.у}}(j2\omega_0)| \cos \varphi_2 = 2 \frac{u_0 k_1 - Q_0}{k_1}, \quad (4.31)$$

где $g_0(a)$ — постоянная составляющая сигнала $u_{\text{дет}}(t)$; $g_2(a)$ — вторая гармоника этого сигнала; φ_2 — фазовый сдвиг звена $W_{\text{п.у}}(s)$ на удвоенной частоте колебаний. Выражения для $g_0(a)$, $g_2(a)$ и φ_2 имеют вид:

$$g_0(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{\text{дет}}(\varphi) d\varphi, \quad \varphi = \omega t;$$

$$g_2(a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{\text{дет}}(\varphi) \cos 2\varphi d\varphi;$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} W_{\text{п.у}}(j2\omega)}{\operatorname{Re} W_{\text{п.у}}(j2\omega)}.$$

Учитывая, что $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \psi_1 = 0$, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \psi_2 = 0$, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} g_0(a) = a_\infty$ на основании (4.31), получим $a_\infty = (u_0 k_1 - Q_0)/k_1$.

В результате относительная амплитуда $a^* = a_0/a_\infty$ определяется выражением:

$$a^* = \frac{2\pi k_1}{\int_0^{2\pi} f(\varphi) [1 - \cos 2\varphi |W_{п.у.}(j2\omega_0)| \cos \varphi_2] d\varphi}, \quad (4.32)$$

где функция

$$f(\varphi) = \begin{cases} \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \psi_1; \\ \cos \psi_1 \exp\left(-\frac{\varphi - \psi_1}{\alpha_0}\right), & \psi_1 \leq \varphi < 2\pi - \psi_2; \\ \cos \varphi, & 2\pi - \psi_2 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Выражение (4.32) позволяет определить изменение амплитуды колебаний в диапазоне генерируемых частот при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

Поправка на частоту определяется на основании (2.16):

$$\omega_\Delta = \eta \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(\varphi) \cos 2\varphi |W_{п.у.}(j2\omega_0)| \cos \varphi_2}{k_1} d\varphi. \quad (4.33)$$

При тех же допущениях, которые были приняты при выводе выражения (4.21), для оценки нелинейных искажений УКЗ с детектором амплитуды получим

$$\kappa = \left[\eta \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Gamma_n^2}{(1-n^2)^2}} \right] 100\%, \quad (4.34)$$

где
$$A_n^s = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \sin n\varphi d\varphi; \quad A_n^c = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos n\varphi d\varphi;$$

$$\Gamma_n = \sqrt{(A_{n-1}^c - A_{n+1}^c)^2 - (A_{n-1}^s - A_{n+1}^s)^2}.$$

Постоянную составляющую выходного сигнала u_n , обусловленную первой гармоникой сигнала управления, можно определить на основании выражения

$$u_n^* = \frac{u_n}{a_0} = -\eta \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(\varphi) \sin \varphi |W_{п.у.}(j\varphi)|}{k_1} d\varphi. \quad (4.35)$$

Для анализа устойчивости САС с амплитудным детектором уравнения выходного сигнала НИЭ $z_{а.д.}(t)$ запишем в виде:

$$z_{а.д.}(t) = \begin{cases} a(n) \cos \omega t, & nT \leq t \leq t_1; \\ 0, & t_1 < t < (n+1)T - t_2; \\ a(n+1) \cos \omega t, & (n+1)T - t_2 \leq t \leq (n+1)T, \end{cases} \quad (4.36)$$

где моменты времени

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha_0};$$

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{a(n) \exp[-(T-t_1)/T_{\text{лет}}] \alpha_0}{a(n+1) \sqrt{1+\alpha_0^2}}. \quad (4.37)$$

Тогда соответствующие функции

$$F_1 = \int_0^{t_1} \tilde{H}(T - \tau) \tilde{S}(\tau) a(n) \cos \omega \tau d\tau;$$

$$F_2 = \int_{T-t_2}^T \tilde{H}(T - \tau) \tilde{S}(\tau) a(n+1) \cos \omega \tau d\tau,$$

причем в матрицах $\tilde{H}(T - \tau)$ и $\tilde{S}(\tau)$ используется малая постоянная детектора $T_{\text{дин}} = R_d C_1$.

Учитывая, что $H(T - \tau)S(\tau) = \tilde{B}(\tau)$ и $t_2 = f[a(n), a(n+1)]$, получим:

$$T \equiv 0; D = a_0 T \int_0^{\varphi_1} \tilde{B}(\varphi) \cos \varphi d\varphi;$$

$$P = -\tilde{B}(2\pi - \varphi_2) a_0 T \frac{m^2}{\sqrt{1 - m^2}};$$

$$L = a_0 T \left[\int_{2\pi - \varphi_2}^{2\pi} \tilde{B}(\varphi) \cos \varphi d\varphi + \tilde{B}(2\pi - \varphi_2) \frac{m^2}{\sqrt{1 - m^2}} \right], \quad (4.38)$$

где $\varphi = \omega \tau$; $m = \{\alpha_0 \exp[(\varphi - 2\pi)/\alpha_0]\}/(1 + \alpha_0^2)$.

Элементы матриц G и M равны: $g_{ij} = i_{ij} - l_{ij}$; $m_{ij} = h_{ij} + p_{ij} + d_{ij}$, а характеристическое уравнение системы с АД

$$z^3 k_3^D + z^2 k_2^D + z k_D^D + k_0^D = 0. \quad (4.39)$$

Коэффициенты уравнения (4.39) могут быть определены на основании выражения (4.27), а область устойчивости, вычисленная по алгоритму (4.28), показана на рис. 4.17. Приближенный расчет генератора с системой стабилизации на АД может быть выполнен по номограмме рис. 4.18.

Исследование динамики стационарных режимов генераторов с нелинейными импульсными элементами в одноконтурной системе стабилизации амплитуды колебаний приводит к следующим основным выводам:

спектр сигнала параметрического управления определяет зависимость основных параметров стационарного режима от частоты генерируемых колебаний, т. е. в системах с НИЭ существует как методическая погрешность стабилизации амплитуды, частоты и постоянной составляющей, так и методическая составляющая нелинейных искажений выходных колебаний;

допустимые, по условиям устойчивости, значения петлевого усиления η_r в системе с измерителями типа АД определяют низкую ста-

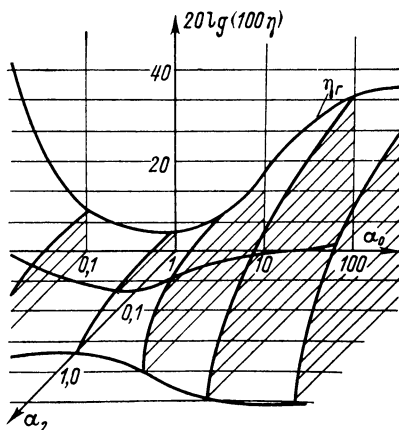


Рис. 4.17. Область устойчивости в САС с амплитудным детектором

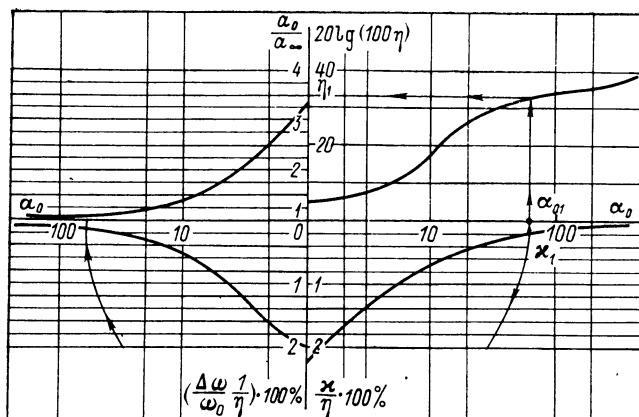


Рис. 4.18. Номограмма для расчета основных параметров САС с амплитудным детектором

бильность амплитуды колебаний, в связи с чем измерители этого класса могут быть рекомендованы для построения простейших генераторов по одноконтурной структуре или в качестве динамической коррекции в САС с точным каналом регулирования;

область разрешенных значений петлевого усиления η_r в системах с ДО позволяет получить значения функций чувствительности в пределах 0,1—0,01, следовательно, при ограниченном диапазоне параметрических возмущений, измерители этого типа достаточно эффективны как в генераторах среднего класса точности, так и в двухконтурных структурах стабилизации для динамической коррекции;

требования малости нелинейных искажений, стабильности амплитуды и времени переходных процессов в системах стабилизации с НИЭ связаны обратной зависимостью и не могут быть удовлетворены при построении прецизионных программируемых ГСС.

4.4. Особенности выбора параметров инфранизкочастотных генераторов с нелинейными колебательными звеньями

Инфранизкочастотные генераторы целесообразно строить на колебательных звеньях, в которых амплитуда колебаний стабилизируется с помощью безынерционного нелинейного элемента. Это позволяет не только упростить техническую реализацию генераторов, но и при соответствующем выборе их структуры (см. § 1.3 и рис. 1.9) обеспечивает перестройку частоты колебаний без переходного процесса установления амплитуды.

Построение инфранизкочастотных генераторов на основе принципа, изложенного в § 1.3, можно проиллюстрировать схемой, по-

казанной на рис. 4.19. Интеграторы Y_1 и Y_2 , охваченные через фазоинверсный усилитель Y_3 общей отрицательной обратной связью, образуют линейное колебательное звено, являющееся моделью консервативной системы. Из-за наличия потерь в конденсаторах и усилителях эта модель не является идеальной, поэтому возбужденные в ней колебания со временем затухают. Можно выделить два основных способа обеспечения в таком звене автоколебательного процесса с заданной амплитудой. Первый из них заключается в компенсации потерь в звене с помощью положительной нелинейной обратной связи. Такая связь, выполненная на релейном элементе $PЭ$, показана на рис. 4.19 штриховой линией. Для ослабления влияния изменений собственных потерь звена на амплитуду колебаний в него вносится дополнительное затухание путем введения в интегратор Y_1 отрицательной обратной связи на резисторе R_{oc1} . При использовании второго способа колебательное звено с помощью линейной положительной обратной связи на резисторе R_{oc2} делается неустойчивым, а амплитуда колебаний в нем ограничивается нелинейной цепью отрицательной обратной связи, содержащей фазоинверсный усилитель Y_4 и нелинейный элемент $НЭ$ с зоной нечувствительности.

Ранее показано, что в рассмотренных вариантах построения генераторов, использующих пассивную стабилизацию предельного цикла на безынерционных нелинейных элементах, степень стабильности амплитуды и уровень нелинейных искажений выходных колебаний связаны обратной зависимостью. Установим, какой из способов стабилизации амплитуды колебаний является более эффективным.

Примем следующие обозначения: $T_s = R_1 C_1 / k_{d1} = R_2 C_2 / k_{d2}$ — постоянная, задающая частоту колебаний; $k_{d1} = k_{d2}$ — коэффициенты деления делителей D_1 , D_2 плавной перестройки частоты. Введя в рассмотрение относительную амплитуду колебаний μ , гармонически линеаризованное уравнение генератора с релейным элементом можно представить в виде $\{1 - \omega^2 T_s^2 + [2\xi - k_n q_n(\mu)] j\omega T_s\} \mu = 0$, где $\xi = R_{oc1} / (2R_1) + \Delta\xi$ — относительное затухание колебательного звена, включающее в себя составляющую $\Delta\xi$ от собственных потерь; $q_n(\mu) = 1/\mu$ — нормированный коэффициент гармонической линеаризации релейного элемента $PЭ$; $k_n = 4c_0/\pi$ — нор-

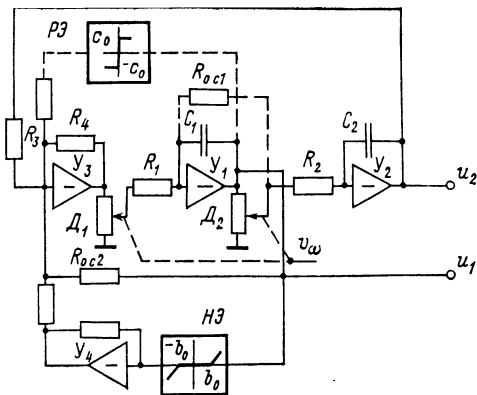


Рис. 4.19. Функциональная схема генератора на нелинейном колебательном звене

мирующий коэффициент, относимый к линейной части звена (c_0 — уровень ограничения РЭ); $\mu = a/c_0$ — относительная амплитуда.

Из условия периодического решения уравнения $2\xi - k_n q_n(\mu) = 0$ следует, что амплитуда колебаний в генераторе зависит от изменений затухания ξ . Степень этой зависимости можно найти через функцию чувствительности μ к изменениям ξ . Определим ее в виде

$$S_{\xi}^{\mu} = \frac{\Delta\mu}{\mu_0} \left(\frac{\Delta\xi}{\xi_0} \right)^{-1},$$

где ξ_0, μ_0 — исходные величины; $\Delta\xi, \Delta\mu$ — их взаимно зависимые отклонения.

Учитывая, что условие периодического решения выполняется также и при наличии отклонений $\Delta\xi$ и $\Delta\mu$, получим

$$S_{\xi}^{\mu} = \frac{2\xi_0}{k_n \mu_0} \left[\frac{\partial q_n(\mu)}{\partial \mu} \right]_{\mu=\mu_0}^{-1}.$$

Сделав подстановку $q_n(\mu) = 1/\mu$, находим, что для генератора с релейным элементом $S_{\xi}^{\mu} = -1$. Полученная оценка говорит о том, что в таком генераторе относительные изменения величин μ и ξ равны и отличаются только знаками отклонений. Таким образом, в генераторе с релейным элементом относительная неустойчивость амплитуды колебаний численно равна $\Delta\xi/\xi_0$ и при известных изменениях $\Delta\xi$ может быть задана величиной ξ_0 . Так как ξ_0 и $q_n(\mu)$ взаимосвязаны, то по соответствующей величине $q_n(\mu)$ можно легко рассчитать уровень нелинейных искажений генерируемых колебаний, который определяется в основном третьей и пятой гармониками выходных прямоугольных импульсов релейного эле-

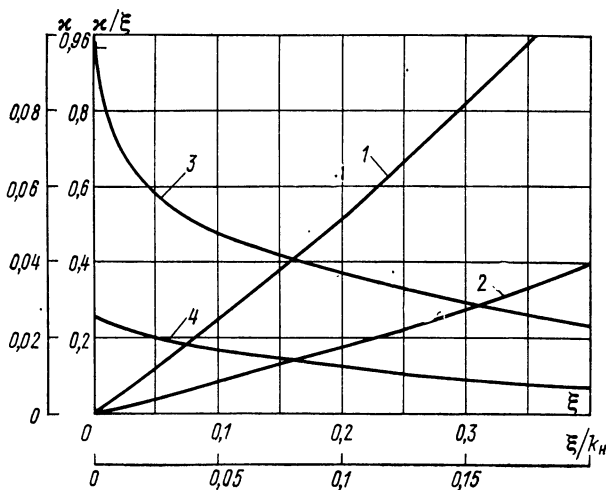


Рис. 4.20. Зависимости коэффициента гармоник

Зависимость x_1 на выходе u_1 (кривая 1) и x_2 на выходе u_2 (кривая 2) от затухания в генераторе с релейным элементом; зависимость x_1/ξ (кривая 3) и x_2/ξ (кривая 4) от нормированного затухания ξ/k_n в генераторе с ограничением амплитуды

мента. Зависимости коэффициентов гармоник κ_1 и κ_2 для каждого выхода генератора от величины ξ приведены на рис. 4.20 (кривые 1 и 2) [9].

По аналогии можно оценить эффективность стабилизации колебаний в генераторе с элементом ограничения амплитуды. Работа такого генератора, имеющего неустойчивое колебательное звено, описывается уравнением

$$\left\{1 - \omega^2 T_s^2 + \left[q_n(\mu) - 2 \frac{|\xi|}{k_n} \right] j\omega T_s \right\} \mu = 0,$$

где $\mu = a/b_0$ (b_0 — зона нечувствительности $H\mathcal{D}$);

$$|\xi| = R_4/(2R_{o.c2}) + \Delta\xi; \quad q_n(\mu) = 1 - \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu^2} \sqrt{\mu^2 - 1} \right).$$

Функция чувствительности S_ξ^μ для этого генератора

$$S_\xi^\mu = -\frac{1}{2} + \frac{\mu^2}{2\sqrt{\mu^2 - 1}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1}{\mu} \right).$$

График этой функции показан на рис. 4.21 (кривая 1), на котором изображена также кривая $\partial q_n(\mu)/\partial \mu$ (кривая 3), характеризующая крутизну зависимости $q_n(\mu)$. Можно видеть, что для второго способа стабилизации амплитуды колебаний значение S_ξ^μ может быть существенно меньше единицы, что указывает на его более высокую эффективность. Максимальное стабилизирующее действие звена нелинейности проявляется в области наибольших значений крутизны $\partial q_n(\mu)/\partial \mu$, которые и следует принимать при выборе параметров генератора. Этому режиму соответствуют амплитуды колебаний $\mu = 1,15 \div 1,3$, значения которых можно определить по кривой 2 (рис. 4.21).

Нелинейные искажения колебаний в генераторе с ограничением амплитуды можно найти следующим образом. При выбранном значении μ гармонический состав сигнала на выходе нелинейного элемента с зоной нечувствительности определяется формулой

$$\mu_k = \frac{2}{\pi} \left[\frac{\sin(k-1)\varphi}{k(k-1)} - \frac{\sin(k+1)\varphi}{k(k+1)} \right],$$

где $\varphi = \arccos(1/\mu)$.

Задав значение ξ , уровни нелинейных искажений на выходах колебательного

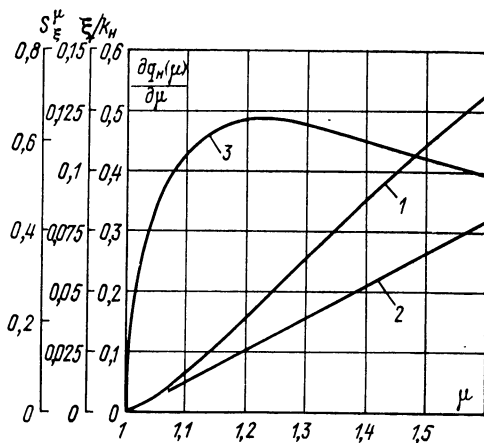


Рис. 4.21. Зависимости относительной амплитуды $\mu = F(\xi/k_n)$. — кривая 1, функции чувствительности $S_\xi^\mu = F(\xi, q_n)$ — кривая 2, крутизны коэффициента гармонической линеаризации $\partial q_n(\mu)/\partial \mu = F(\mu)$ — кривая 3

звена можно определить по его амплитудной частотной характеристике. При оценке нелинейных искажений обычно учитывают только гармоники, имеющие наибольший вес. Нормированные к затуханию расчетные значения коэффициентов гармоник k_1 и k_2 для выходных колебаний генератора с ограничением амплитуды приведены на рис. 4.20 (кривые 3 и 4). Коэффициент k_n , характеризующий глубину нелинейной обратной связи, определяется по выбранным значениям μ и ξ из условия периодического решения $q_n(\mu) - 2|\xi|/k_n = 0$.

При практической реализации рассмотренных генераторов для обеспечения плавной перестройки частоты колебаний в качестве делителей D_1 и D_2 могут использоваться прецизионные многооборотные потенциометры (рис. 4.19). Для программируемого управления частотой целесообразно применять множительные цифроаналоговые преобразователи с токовым выходом (в этом случае частотно-задающие резисторы R_1 и R_2 не используются).

В техническом отношении более простым является генератор с релейным элементом. При амплитудной нестабильности 1—2 % он позволяет получать двухфазные гармонические колебания в диапазоне частот от 10^{-4} — 10^{-3} до 100—200 Гц при нелинейных искажениях 0,5—1 %. Показатель амплитудной стабильности генератора с ограничением при одинаковых нелинейных искажениях колебаний примерно в пять раз выше. Это позволяет либо расширять его рабочие частоты, либо снижать коэффициент гармоник, допуская большее влияние нестабильности потерь колебательного звена на амплитуду колебаний. Эффективным средством улучшения амплитудной стабильности на повышенных частотах для рассмотренных генераторов является применение системы автоматической стабилизации, которая может быть использована на частотах выше 10 Гц. С подобной системой рабочие частоты генераторов можно расширять до 10—100 кГц, одновременно улучшая показатели по стабильности и форме колебаний.

4.5. Структура генераторов

с двухконтурными системами стабилизации амплитуды колебаний

В гл. 2 показано, что интегральный закон регулирования в точном канале САС обеспечивает погрешность стабилизации, не превышающую погрешности измерителя-преобразователя. С учетом контура динамической коррекции структурная схема генератора в линейном приближении представлена на рис. 4.22, где приняты обозначения: $W_{п.у}(s)$ — передаточная функция параметрического устройства по управляющему входу u_p ; $W_p(s)$ — передаточная функция регулятора точного канала регулирования; $k_{и.п}$ — коэффициент передачи по огибающей измерителя-преобразователя, причем $k_{и.п} = a_0/\pi$ — для однополупериодного выпрямления, $k_{и.п} = 2a_0/\pi$ — для двухполупериодного выпрямления, $k_{и.п} = 2a_0^2/\pi$ — для квадратичного детектирования. Предполагается, что функция сглаживания выходного сигнала измерителя-преобразователя осу-

ществляется регулирующим устройством.

Отметим, что колебательное звено генератора с динамической или нелинейной коррекцией обладает собственным устойчивым предельным циклом и генерирует колебания с амплитудой a'_0 , определяемой параметрами внутреннего грубого канала стабилизации. В связи с этим переходные процессы в генераторе при параметрических возмущениях можно разделять качественно на два этапа.

На первом этапе динамический режим генератора в основном определяется параметрами колебательного звена, находящегося под воздействием динамической коррекции, поэтому амплитуда колебаний устанавливается с погрешностью, определяемой параметрами внутреннего контура. При этом динамические характеристики и погрешность стабилизации могут быть определены на основании результатов, полученных в настоящей главе. Второй этап переходного процесса характеризуется тем, что внутренний контур только отслеживает изменение амплитуды колебаний, обусловленное работой точного канала, обеспечивающего установление ее уровня с точностью, соответствующей точности измерителя-преобразователя. Длительность процесса на этом этапе определяется параметрами точного канала.

Полученные модели УКЗ позволяют в линейном приближении исследовать процессы установления огибающей известными методами теории дискретных систем [36]. Вместе с тем, учитывая сравнительно большую инерционность точного канала, можно предположить, что основной спектр переходного процесса второго этапа сосредоточен в области низких частот, много меньших частоты колебаний $\omega_s = 1/T_s$. Тогда, принимая во внимание, что в области низких частот передаточные функции импульсной системы и ее линейной части совпадают, для УКЗ с динамической коррекцией типа АД, ИАС, ИАП получим приближенную передаточную функцию по огибающей в виде

$$W_{y, \text{к.з}}(s) = \frac{a(s)}{y_n(s)} = \frac{k_{y, \text{к.з}}}{T_{y, \text{к.з}} s + 1},$$

где $k_{y, \text{к.з}} = 1/k_d k_1$; $T_{y, \text{к.з}} = T_s/\eta$; k_d, k_1 — коэффициенты передачи ИАЗ и исполнительного устройства соответственно; $\eta = a_0 k_1 k_d k_{y, \text{з}}$.

В случае динамической коррекции с помощью измерителей типа ДО передаточная функция скорректированного колебательного

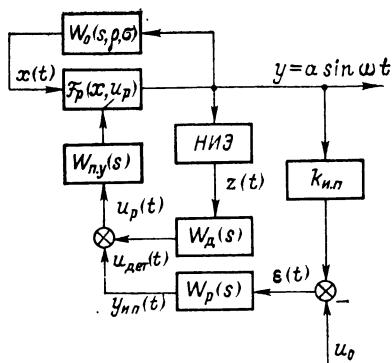


Рис. 4.22. Структурная схема двухконтурной системы стабилизации амплитуды с параметрическим управлением

звена в области низких частот может быть представлена в форме

$$W_{y.к.з}(s) = \frac{k_{к.з}(T_{д.ос} + 1)}{T_{з1}^2 s^2 + T_{з2}s + 1},$$

где $T_{з1}^2 = T_{д.о}T_s/\eta$; $T_{з2} = T_s/\eta$; $k_{к.з} = 1/(k_{д.о}k_1)$.

Полученные выражения позволяют в случае необходимости провести полный анализ переходного процесса двухконтурной системы в области низких частот и определить такие характеристики, как время переходного процесса, колебательность и др. Не проводя подробного анализа, так как методы исследования подобных систем хорошо известны, заметим следующее. Поскольку всегда выполняется соотношение $T_s/\eta \ll T_n$, где T_n — постоянная интегрирования, то длительность переходного процесса определяется в основном постоянной T_n и приблизительно равна $t_n \approx (3 \div 5)\tau$, причем $\tau = 2\pi T_n/k_{н.п}k_{к.з}$. Следовательно, в двухконтурной системе стабилизации требования малости нелинейных искажений и быстродействия при параметрических и сигнальных возмущениях связаны обратной зависимостью, так как для подавления пульсаций выпрямленного сигнала необходимо увеличивать постоянную интегрирования, тем самым увеличивая время установления колебаний с заданной точностью.

Частным решением этой задачи является построение САС по двухконтурной схеме (рис. 4.23), в которой роль звена динамической коррекции выполняет измеритель точного канала, выполненный по схеме ИАС или ИАП. В этом случае время переходного процесса при параметрических возмущениях составляет 2—6 периодов основных колебаний [43], а условия оптимальности переходного процесса в этой структуре могут быть записаны для принятых обозначений в виде: $\eta = 0,25$; $\alpha_{01} = 1,5$; $\alpha_{01} = T_n/T_s$, $T_n = R_n C_n$.

В связи с тем, что условие максимального быстродействия зависит от частоты генерируемого синусоидального сигнала, для обеспечения условий оптимальности во всем частотном диапазоне необходимо использовать принципы адаптивного управления. Применение синхронных фильтров в интегрирующих устройствах двухконтурных генераторов позволяет обеспечить автоматическое выполнение условий максимального быстродействия во всем частотном диапазоне при минимальных элементных затратах. На рис. 4.23 показан пример подобного генератора, где через КУ обозначено ключевое устройство синхронного фильтра, осуществляющее замыкание входной цепи интегратора

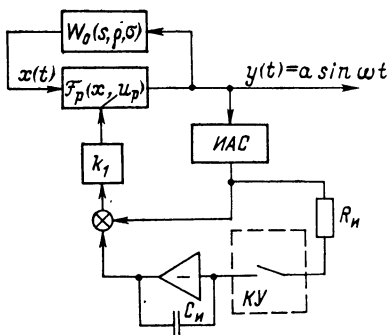


Рис. 4.23. Структурная схема двухконтурной САС с адаптацией параметров регулятора к частоте выходных колебаний

ра на интервал постоянной длительности с частотой основных колебаний [39].

Минимизация времени переходных процессов при удовлетворении требований к точности и нелинейным искажениям в этой структуре обеспечивается за счет того, что измерители типа ИАП и ИАС разрешают противоречие между быстродействием и нелинейными искажениями, так как в установившемся режиме спектр выходного сигнала таких измерителей содержит только постоянную составляющую. Поэтому постоянная интегрирования может выбираться исходя только из условий оптимальности по быстродействию без ограничений по нелинейным искажениям.

Основным недостатком рассматриваемой структуры, ограничивающим ее применение в прецизионных программируемых генераторах, является резкое увеличение собственной погрешности измерителей типа ИАС и ИАП на частотах выше 20 кГц.

Для определения оптимальной структуры программируемого широкодиапазонного генератора уточним некоторые особенности функционирования таких ГСС. Использование их в качестве источников испытательных сигналов в замкнутых автоматизированных системах контроля и поверки требует обеспечения электронной перестройки амплитуды и частоты выходных колебаний.

Ранее показано, что перестройка частоты в рассматриваемых колебательных звеньях сопровождается параметрическими возмущениями (ρ или σ), что, в свою очередь, приводит к переходному процессу по огибающей в связи с ненулевой чувствительностью условий незатухающих колебаний по отношению к ρ и σ . Регулирование амплитуды с помощью изменения опорного напряжения может рассматриваться как сигнальное возмущение, когда время переходного процесса в двухконтурной системе определяется в основном характеристиками точного канала стабилизации. Поэтому в программируемых приборах для устранения переходных процессов при регулировании уровня управления амплитудой осуществляется вне колебательного звена на выходе генератора с помощью перестраиваемых кодом делителей. Такое построение обеспечивает высокое быстродействие при амплитудном регулировании за счет малой инерционности дискретных делителей напряжения, обеспечивающих высокую точность преобразования и малые нелинейные искажения.

Для обеспечения высокого быстродействия при перестройке частоты в программируемых генераторах наиболее эффективными являются структуры УКЗ, в которых условие существования автоколебаний обладает низкой чувствительностью к изменению параметра, определяющего частоту.

Пример такой структуры УЗПС с частотой, регулируемой с помощью одного элемента, рассматривался в § 2.2 (рис. 2.3). Из выражений (2.33) следует, что при фазовом сдвиге $v_0 = \pi/2$ между первой гармоникой сигнала координатного управления $e(t)$ и выходным сигналом УЗПС $x(t)$ возможна перестройка частоты колебаний с практически малыми возмущениями, так как условие

существования колебаний обладает нулевой чувствительностью по отношению к частотно-задающему параметру в стационарном режиме. Простота технического выполнения, возможность электронного управления, широкий частотный диапазон, малые нелинейные искажения делают этот способ регулирования частоты перспективным для построения как программируемых генераторов, так и генераторов с системой автоматической стабилизации частоты.

Наиболее эффективным для построения прецизионных программируемых генераторов с широким частотным диапазоном можно считать применение инвариантных (в стационарном режиме) к параметрическим возмущениям управляемых колебательных звеньев, перестраиваемых по частоте цифро-аналоговыми резисторами и делителями, в сочетании с двухконтурными системами автоматической стабилизации амплитуды генерируемых колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 132677 (СССР). Электронный генератор инфранизких частот с релейным управляющим элементом/Авт. изобрет. А. А. Вавилов, Ф. Ф. Котченко, А. И. Солодовников. — Оpubл. в Б. И., 1960, № 20.
2. А. с. 455466 (СССР). RC-генератор/Авт. изобрет. Л. Н. Герцигер, А. П. Гуманов, В. Г. Григорян, А. И. Солодовников. — Оpubл. в Б. И., 1974, № 48.
3. А. с. 608254 (СССР). Регулируемый генератор/Авт. изобрет. А. И. Солодовников, В. В. Шнайдер. — Оpubл. в Б. И., 1978, № 19.
4. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Наука, 1981. — 568 с.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Физматгиз, 1958. — 406 с.
6. Блэкьер О. Анализ нелинейных систем: Пер. с англ. Под ред. Р. В. Хохлова. — М.: Мир, 1969. — 400 с.
7. Вавилов А. А. Частотные методы расчета нелинейных систем. — Л.: Энергия, 1970. — 324 с.
8. Вавилов А. А., Солодовников А. И. Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем. — Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 252 с.
9. Вавилов А. А., Солодовников А. И. Электронный генератор инфранизких частот с релейным управляющим элементом. — Изв. вузов. Приборостроение, 1962, № 4, с. 31—39.
10. Вавилов А. А., Солодовников А. И. Анализ работы электронного инфранизкочастотного генератора с ограничением. — Изв. вузов. Приборостроение, 1962, № 3, с. 54—62.
11. Волгин Л. П. Измерительные преобразователи переменного напряжения в постоянное. — М.: Сов. радио, 1977. — 240 с.
12. Герцигер Л. Н. Прецизионные измерительные генераторы для автоматизированных систем. — Л.: Изд-во ЛДНТП, 1980. — 17 с.
13. Герцигер Л. Н., Солодовников А. И., Шнайдер В. В. Вопросы построения низкочастотных генераторов синусоидальных колебаний с системой автоматической стабилизации амплитуды. — Средства связи, 1978, вып. 1, с. 26—30.
14. Генератор — калибратор ГК-12/М. С. Ройтман, Ю. М. Фомичев, Ю. А. Булатов, Ю. Г. Свинолулов. — Изв. Томск. политехн. ин-та, 1973, т. 270, с. 44—47.
15. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. — М.: Наука, 1973. — 400 с.
16. Григорян В. Г., Солодовников А. И., Шнайдер В. В. Модели колебательных звеньев и структуры генераторов гармонических колебаний с автоматической стабилизацией амплитуды. — Изв. ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина), 1974, вып. 160, с. 3—7.

17. Григорян В. Г., Гуманов А. П., Шнайдер В. В. Нелинейные искажения в RC -генераторах с полевым транзистором в контуре стабилизации амплитуды колебаний. — Вопросы радиотехники. Радиоизмерительная техника, 1975, вып. 4, с. 102—109.
18. Губернаторов О. Н., Соколов Ю. Н. Цифровые синтезаторы частот радиотехнических систем. — М.: Энергия, 1973. — 176 с.
19. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления: Пер. с англ. — М.: Наука, 1970. — 620 с.
20. Долгодров В. Б., Кабанов В. В., Солодовников А. И. Цифро-аналоговые методы формирования и обработки сигналов в аппаратуре для частотных исследований динамических объектов. — Вопросы теории систем автоматического управления. Автоматизация экспериментальных исследований и проектирования систем автоматического управления. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1980, с. 27—37.
21. Игнатов А. И. Применение полевых транзисторов в генераторах. — Радиотехника, 1972, т. 27, № 4, с. 318—320.
22. Касперович А. Н., Литвинов Н. В. К вопросу о погрешности устройств выборки и запоминания. — Автометрия, 1971, № 5, с. 20—25.
23. Манасевич В. Синтезаторы частот. Теория и проектирование: Пер. с англ. Под ред. А. С. Галина. — М.: Связь, 1979. — 384 с.
24. Найфэ А. Х. Методы возмущений: Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 455 с.
25. Новая модель RC -генератора со стабильной амплитудой и малыми нелинейными искажениями/Л. Н. Герцигер, А. П. Гуманов, А. И. Солодовников, В. В. Шнайдер. — В кн.: Избирательные системы с обратной связью, 1976, вып. 3. — Таганрог: Изд-во Таганрогского радиотехн. ин-та, с. 180—181.
26. Носов Ю. Р. Оптроны: [Обзор]. — Зарубежная радиоэлектроника, 1974, № 9, с. 74—85.
27. Ноткин Л. Р. О структурах и элементах функциональных генераторов. — Радиотехника, 1974, № 8, с. 43—48.
28. Петров Б. Н., Рутковский В. Ю., Земляков С. Д. Адаптивное координатно-параметрическое управление летательными аппаратами. — Управление в космосе, 1972, т. 1, с. 51—60.
29. Приборы и системы для измерения вибрации шума и удара: Справочник/Под ред. В. В. Клюева. — М.: Машиностроение, 1978. Т. 1, с. 360.
30. Розенвассер Е. Н. Периодически нестационарные системы управления. — М.: Наука, 1973. — 512 с.
31. Рыбин Ю. К., Литвак Э. С. Стабилизированный RC -генератор гармонических колебаний с малыми искажениями. — Изв. вузов. Приборостроение, 1980, № 11, с. 57—60.
32. Синтез активных RC -цепей. Современное состояние и проблемы/Под ред. А. А. Ланнэ. — М.: Связь, 1975. — 296 с.
33. Смеляков В. Б. Цифровая измерительная аппаратура инфранизких частот. — М.: Энергия, 1975. — 167 с.
34. Смолов В. Б. Функциональные преобразователи информации. — Л.: Энергоиздат, 1981. — 248 с.
35. Солодовников А. И., Шнайдер В. В. Автоматическая стабилизация амплитуды колебаний в RC -генераторах с малыми нелинейными искажениями. — В кн.: Избирательные системы с обратной связью, вып. 3. — Таганрог: Изд-во Таганрогского радиотехн. ин-та, 1976, с. 143—148.
36. Цыпкин Я. З., Попков Ю. С. Теория нелинейных импульсных систем. — М.: Наука, 1973. — 414 с.
37. Шнайдер В. В. Анализ динамики одноконтурной системы стабилизации амплитуды колебаний RC -генератора. — Изв. вузов. Приборостроение, 1977, т. XX, № 5, с. 38—42.
38. Bergmann K. Stabilität und Störverhalten verzögert amplitudengeregelter Oszillatorsysteme vom Allpastup. — AEO, 1971, Bd. 25, S. 76—86.
39. Electronically Tunable RC -Sinusoidal Oscillators — IEEE Tr., 1975, vol. 24, N 2, p. 156—159.
40. Koken C. Schwankungen aktionen der signalamplitude von RC -Oszillatoren. — Int. Electronic Rundschau, 1975, Bd 2, N 5, S 97—101.
41. Miedaner H. RC -Generator mit zweifacher Amplitudenregelung. — Electronica, 1971, H. 11, S. 385—388.

42. Sidney G. Freshour. Precision amplitude control — Electro-Technology, 1966, vol. 77, p. 40—49.

43. Vannerson E., Smith K. C. A Low-distortion oscillator with fast amplitude stabilization. — Int. J. Electron., 1975, vol. 39, № 4, p. 456—465.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
ГЛАВА ПЕРВАЯ. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГЕНЕРАТОРОВ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ	5
1.1. Основные характеристики генераторов синусоидальных сигналов	—
1.2. Принципы генерирования и формирования синусоидальных сигналов	7
1.3. Автоколебательные системы генераторов с безынерционными и инерционными нелинейными элементами	13
1.4. Автоматическая стабилизация амплитуды в источниках синусоидальных сигналов	19
1.5. Математическое описание управляемых колебательных звеньев с параметрическим и сигнальным управлением	26
ГЛАВА ВТОРАЯ. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ	30
2.1. Колебательное звено с параметрическим управлением	—
2.2. Колебательное звено с параметрическим и сигнальным управлением	39
2.3. Передаточные функции по огибающей управляемых колебательных звеньев	44
2.4. Точность и стабильность генераторов с автоматической стабилизацией амплитуды	47
ГЛАВА ТРЕТЬЯ. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ И УСТРОЙСТВА ГЕНЕРАТОРОВ С АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИЕЙ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ	52
3.1. Функциональные схемы генераторов	—
3.2. Измерители амплитудных значений с фиксацией	56
3.3. Амплитудные детекторы	59
3.4. Измерители уровня колебаний по среднему выпрямленному значению	64
3.5. Вопросы реализации параметрического управления в системах стабилизации амплитуды	66
ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ. РАСЧЕТ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ	70
4.1. Модель системы автоматической стабилизации амплитуды в пространстве состояний	—
4.2. Анализ устойчивости и переходных процессов в системах стабилизации амплитуды с импульсным измерителем	77
4.3. Исследование системы стабилизации амплитуды колебаний с амплитудным детектором	84
4.4. Особенности выбора параметров инфранизкочастотных генераторов с нелинейными колебательными звеньями	94
4.5. Структура генераторов с двухконтурными системами стабилизации амплитуды колебаний	98
Список литературы	102

